

(초기우주의) 확률적 중력파

Stochastic Gravitational Waves from early Universe

정동희

(고등과학원 / 펜실베니아 주립대학교)

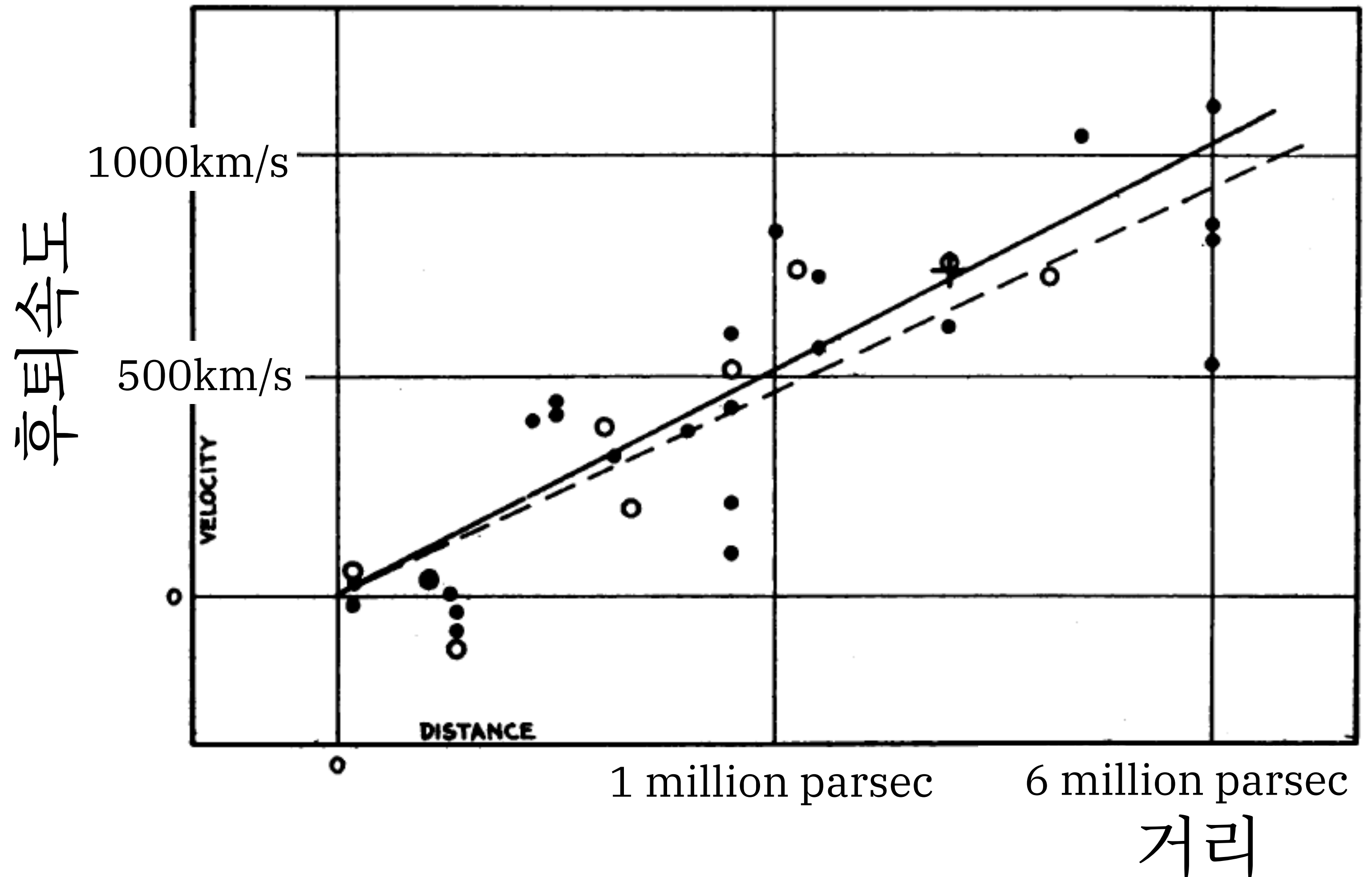
자연스러운 단위계 (natural units)

- $c = \hbar = k_B = 1$
- 현재 우주배경복사의 온도: $2.726 \text{ K} = 0.235 \text{ meV} (E = k_B T)$
- 현재 허블상수 $H_0 = 100h \text{ km/s/Mpc} = 0.0003356 h/\text{Mpc} = (2997.9 \text{ Mpc}/h)^{-1}$
- 현재 우주의 평균 밀도 $\rho_0 = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 8.10 \times 10^{-11} h^2 \text{ eV}^4$
- 질량: $1 \text{ g} = 5.61 \times 10^{23} \text{ GeV}$
- 시간: $1 \text{ s} = 1.52 \times 10^{24} \text{ GeV}^{-1}$
- 길이: $1 \text{ cm} = 5.7 \times 10^{13} \text{ GeV}^{-1}$



Hubble-Lemaître의 법칙

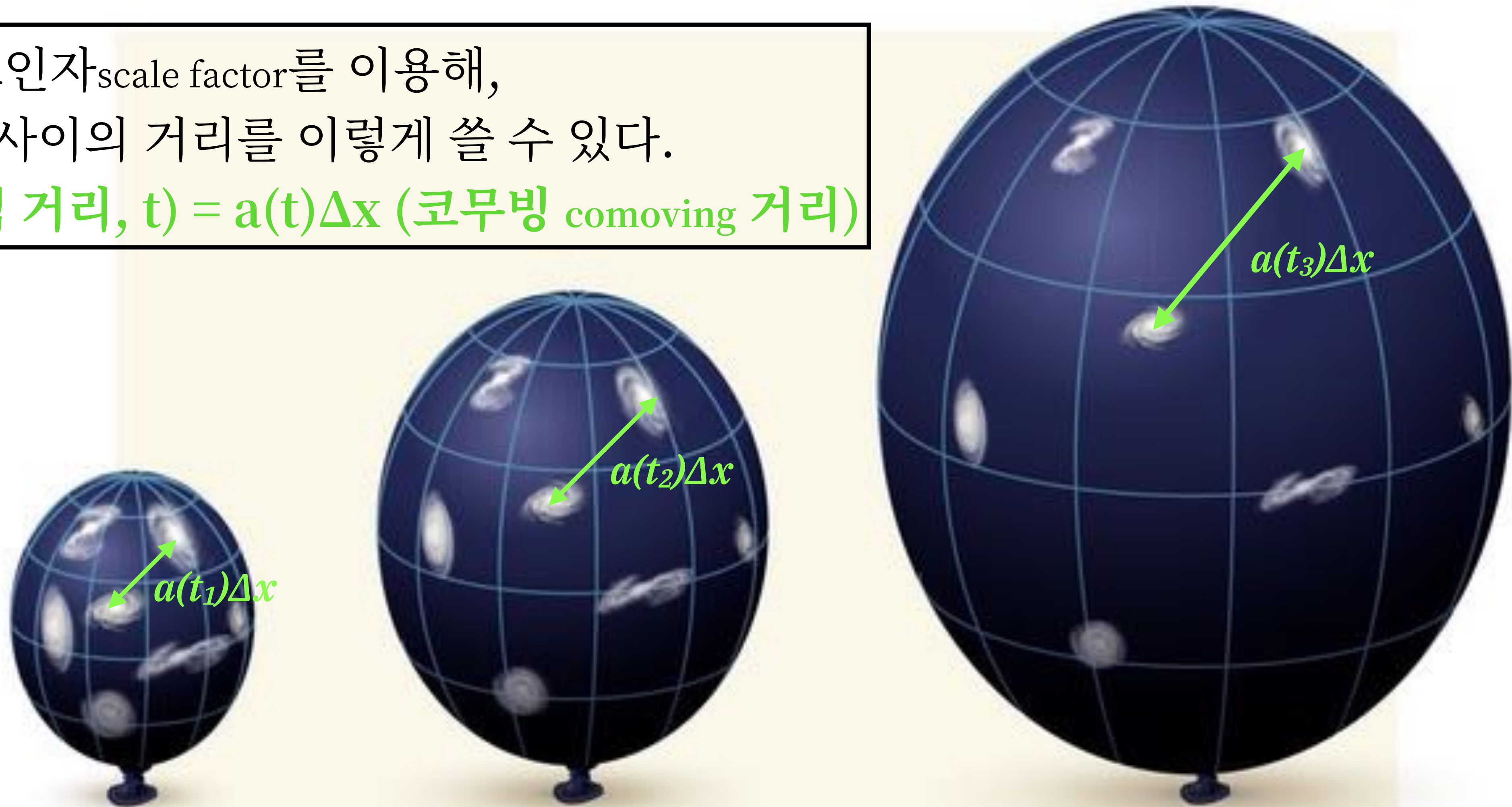
후퇴속도는 거리에 비례한다. Lemaître (1927) Hubble (1929)



Hubble-Lemaître의 법칙과 우주팽창

$a(t)$ = 척도인자 scale factor를 이용해,
모든 은하 사이의 거리를 이렇게 쓸 수 있다.

Δr (물리적 거리, t) = $a(t)\Delta x$ (코무빙 comoving 거리)



적색이동 (z)

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)dx^2$$

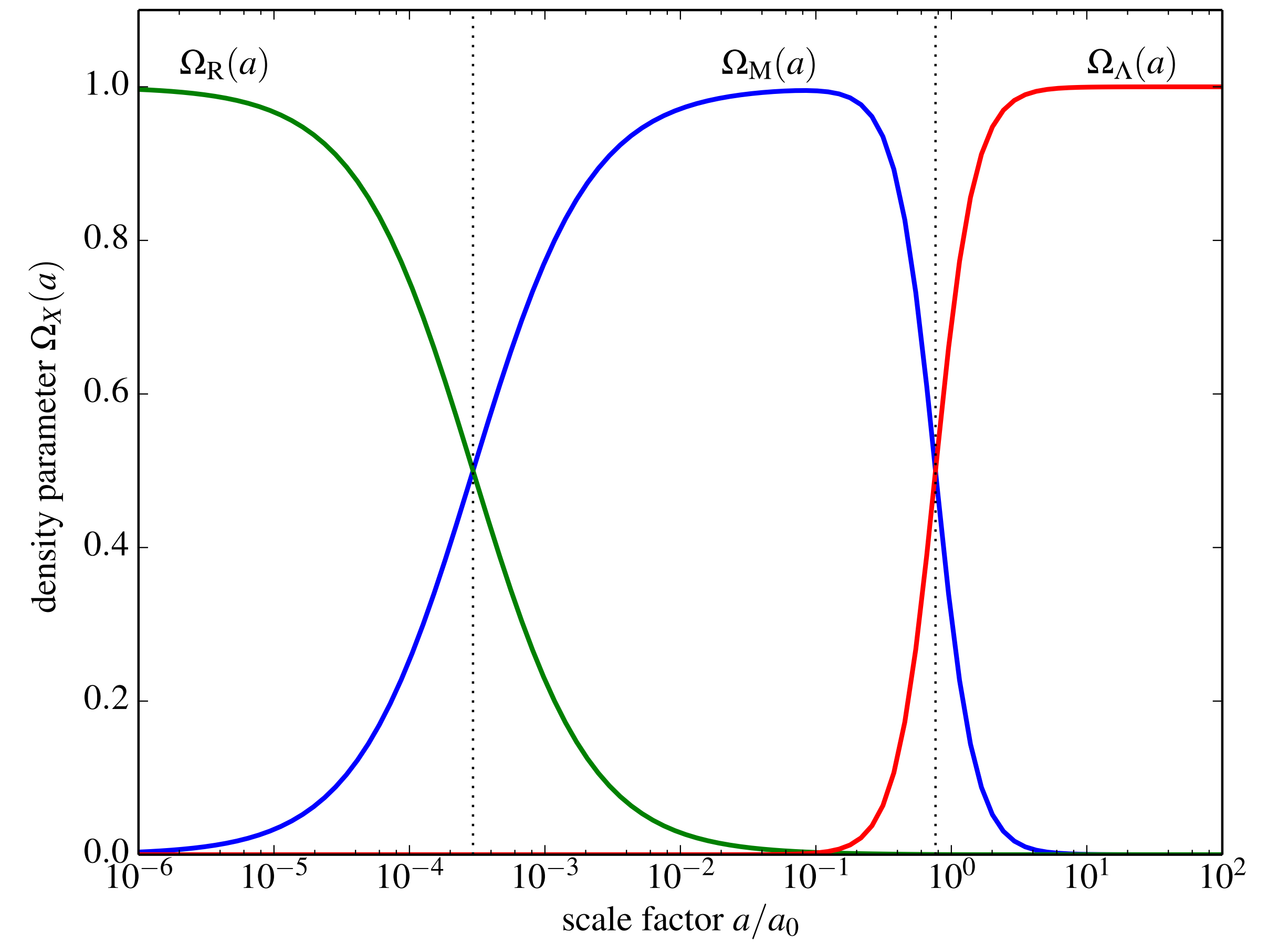
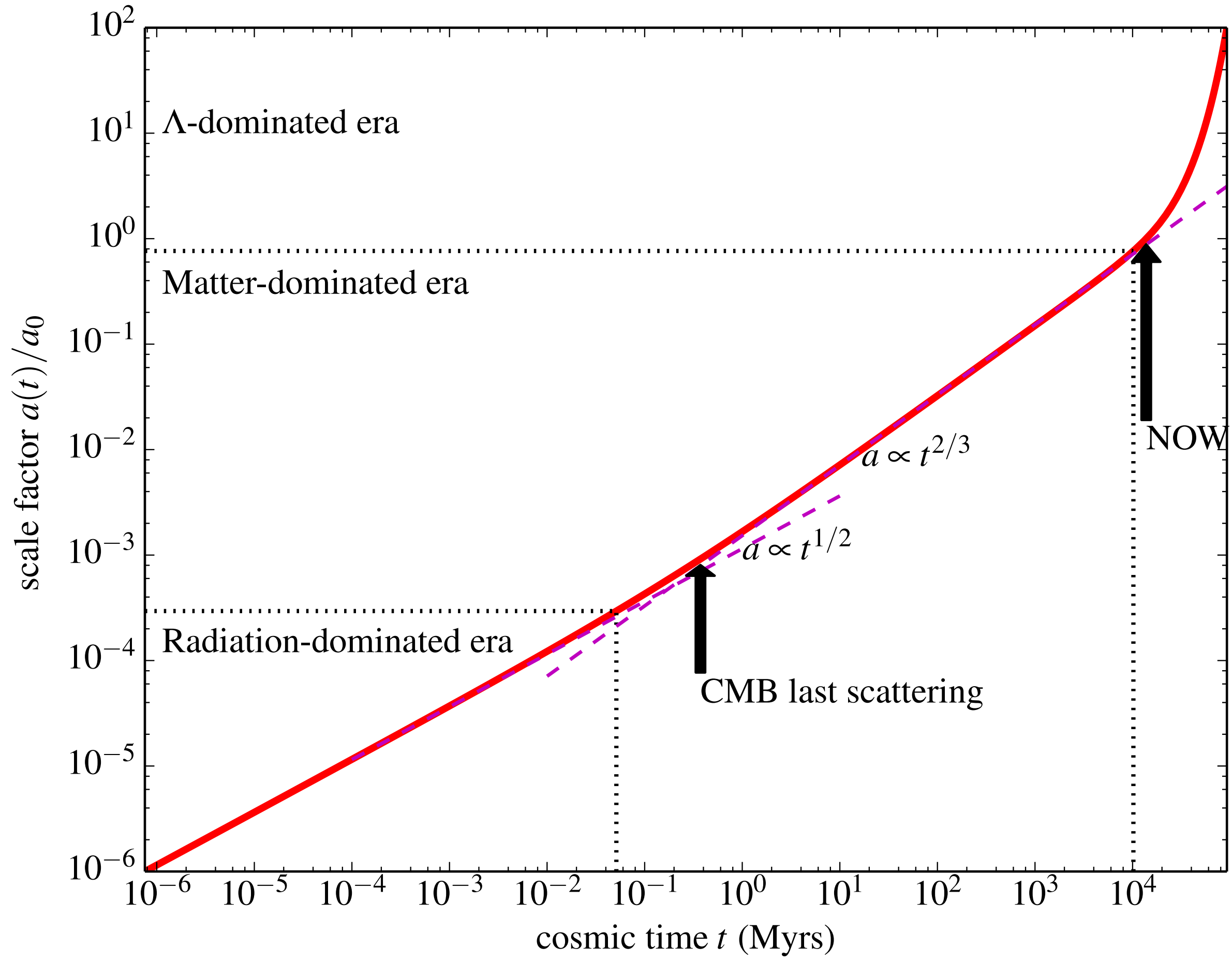
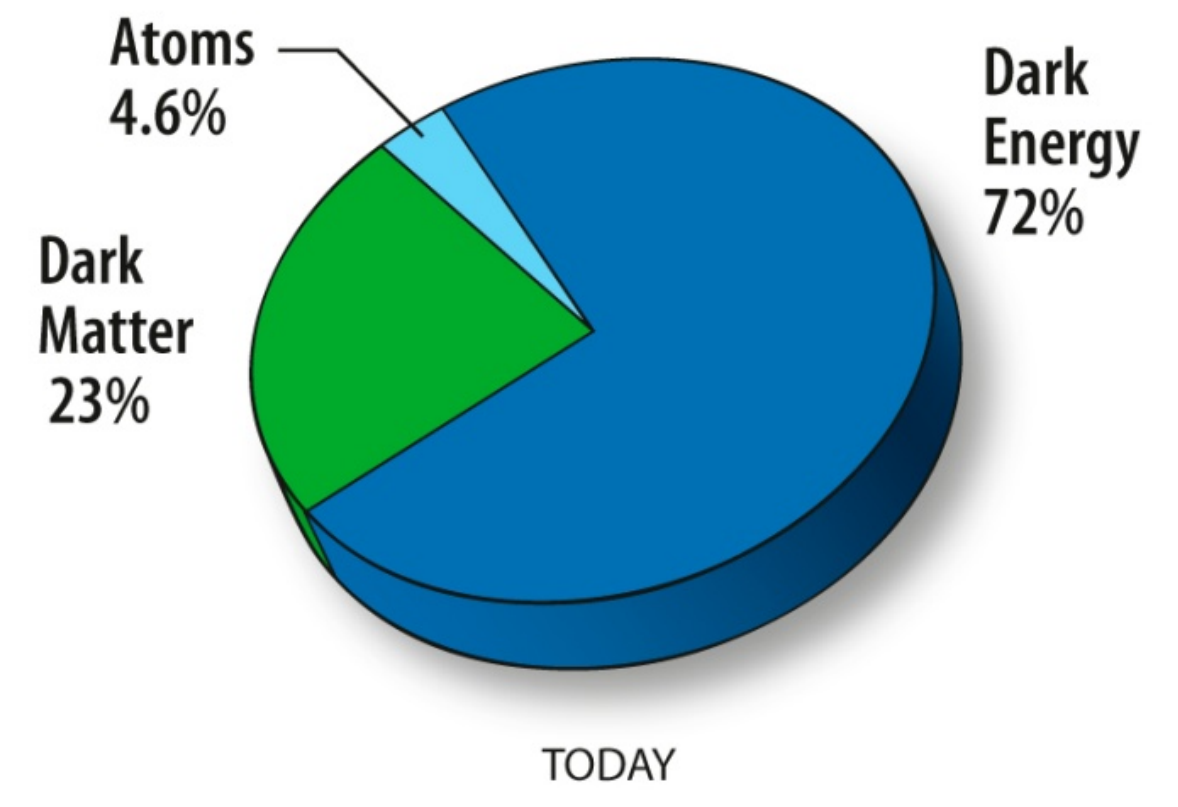
- $a(t)$ = 우주의 팽창척도인자 (scale factor)
- 팽창하는 우주에서 모든 입자에 대해: **운동량 $p(t) \propto 1/a(t)$**
- 광자의 경우, $p=h/\lambda$ 이므로, $\lambda \propto a(t)$; $\lambda_{\text{관측}}/\lambda_{\text{방출}} = a_{\text{관측}}/a_{\text{방출}} \equiv (1+z)$
- 에너지와 진동수는 $E(t) \propto \nu(t) \propto p(t) \propto 1/(1+z)$ 로 줄어듬.

참고: 질량이 있으면,

$$E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2} : pc \text{ (relativistic)} \rightarrow mc^2 \text{ (non-relativistic)}$$

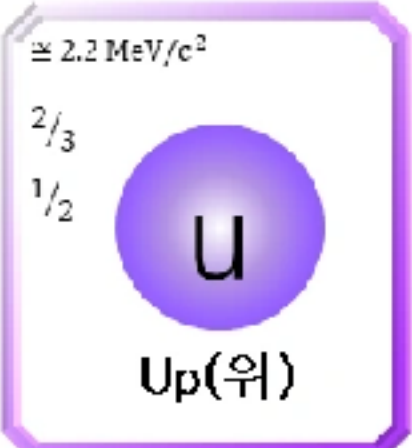
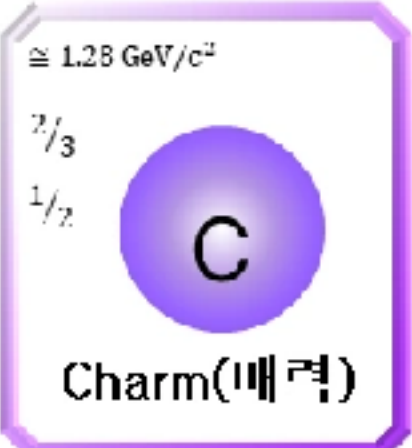
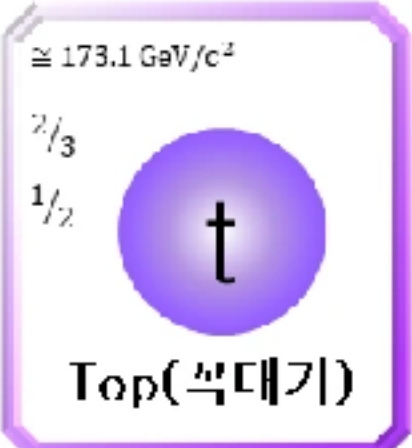
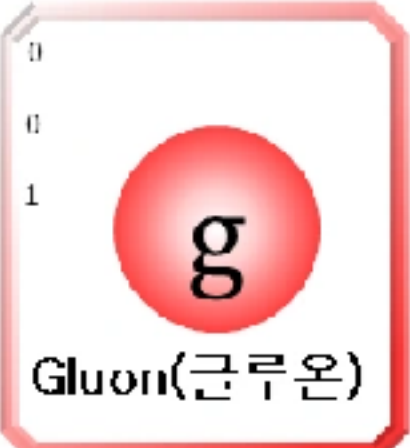

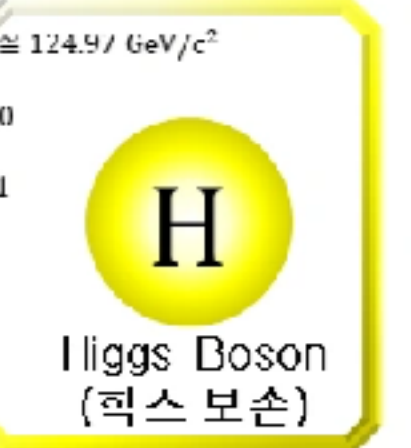
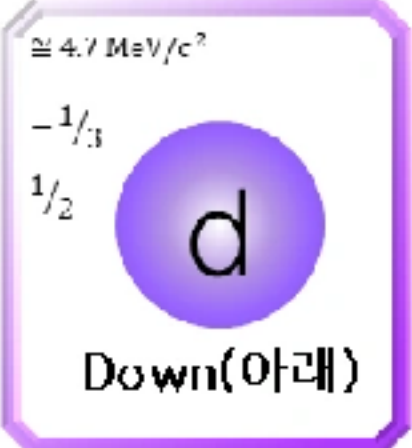
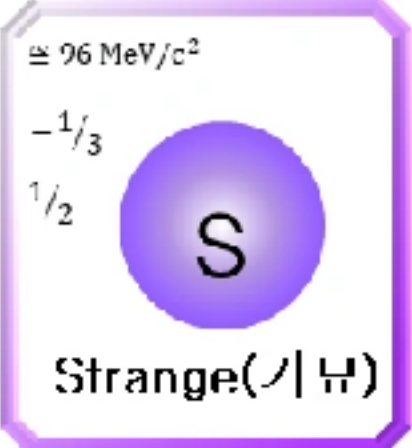
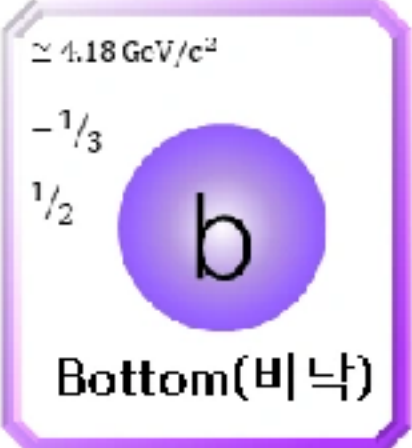
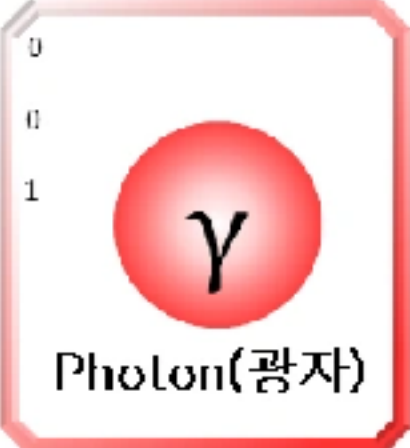
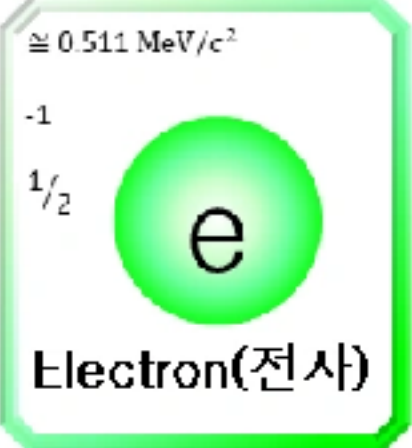
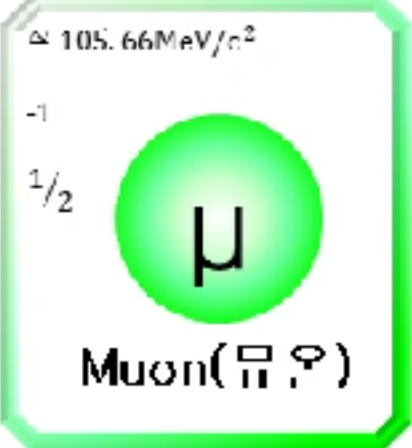
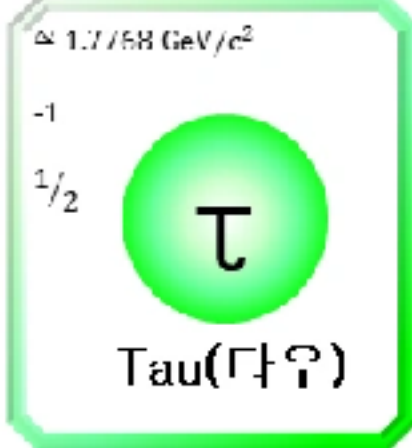
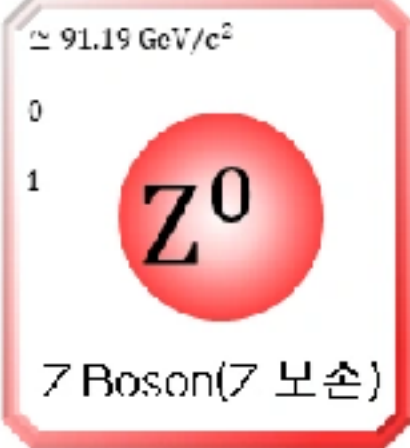




초기우주 \longrightarrow 우주가 팽창 함에 따라 점점 천천히 움직임

일치 우주론에서 우주팽창



표준 모형

Standard Model

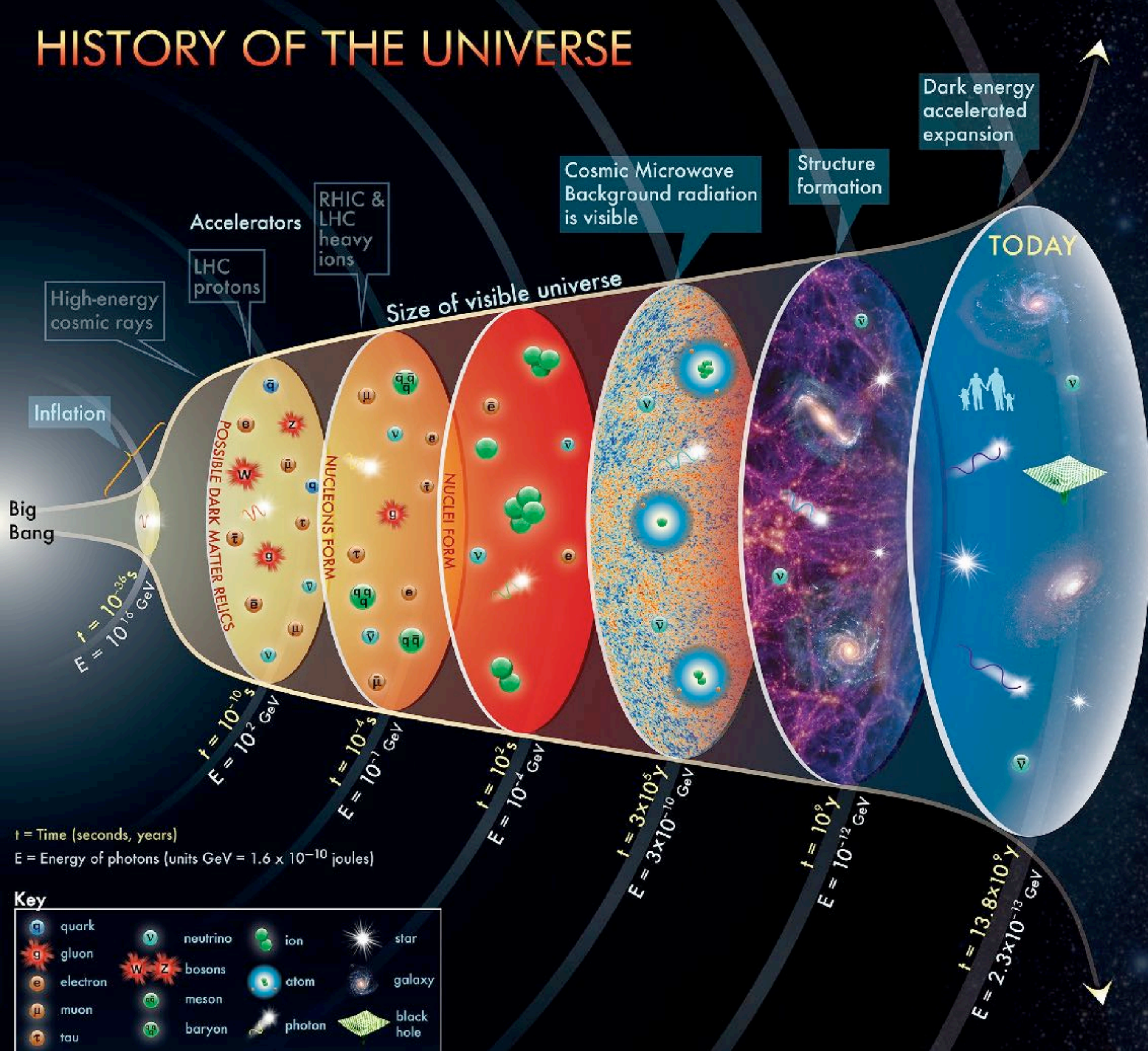
	물질의 세내 (페르미온, Fermion)			상호작용/힘의 매개 입자 (보손, Boson)		
	I	II	III			
Mass(질량)	$\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$	0	0	$\approx 124.97 \text{ GeV}/c^2$
Charge(전하)	$2/3$	$2/3$	$2/3$	0	0	0
Spin(스핀)	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	2	1
쿼크들 (Quarks)	 u Up(위)	 c Charm(매력)	 t Top(꼭대기)	 g Gluon(글루온)	 G Graviton(중력자)	 H Higgs Boson (힉스 보손)
	 d Down(아래)	 s Strange(기묘)	 b Bottom(비낱)	 γ Photon(광자)		
렙톤들 (Leptons)	 e Electron(전자)	 μ Muon(뮤온)	 τ Tau(타우)	 Z^0 Z Boson(Z 보손)		
	 ν_e Electron Neutrino (전자 중성미자)	 ν_μ Muon Neutrino (뮤온 중성미자)	 ν_τ Tau Neutrino (타우 중성미자)	 W^\pm W Boson (W 보손)		

스칼라 보손들
(Scalar Bosons)

게이지 보손들
벡터 보손들
(Gauge Bosons)
(Vector Bosons)

※ 글자 색이 연회색이고 흐린 도형은 미관측 입자.

HISTORY OF THE UNIVERSE



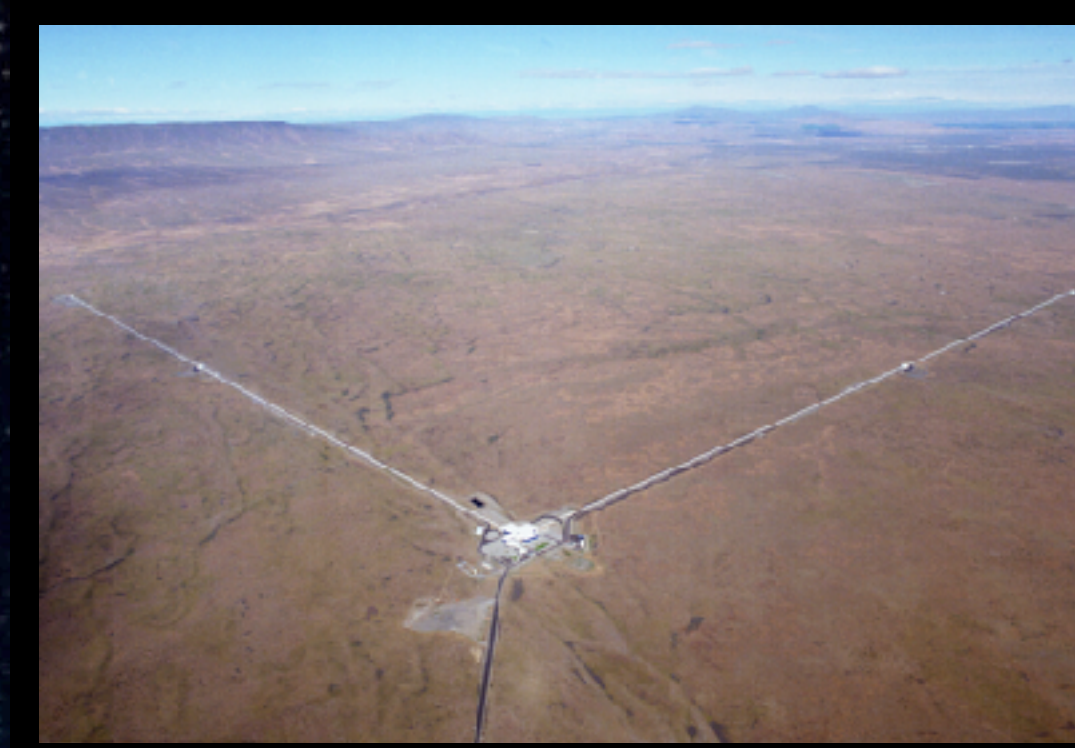
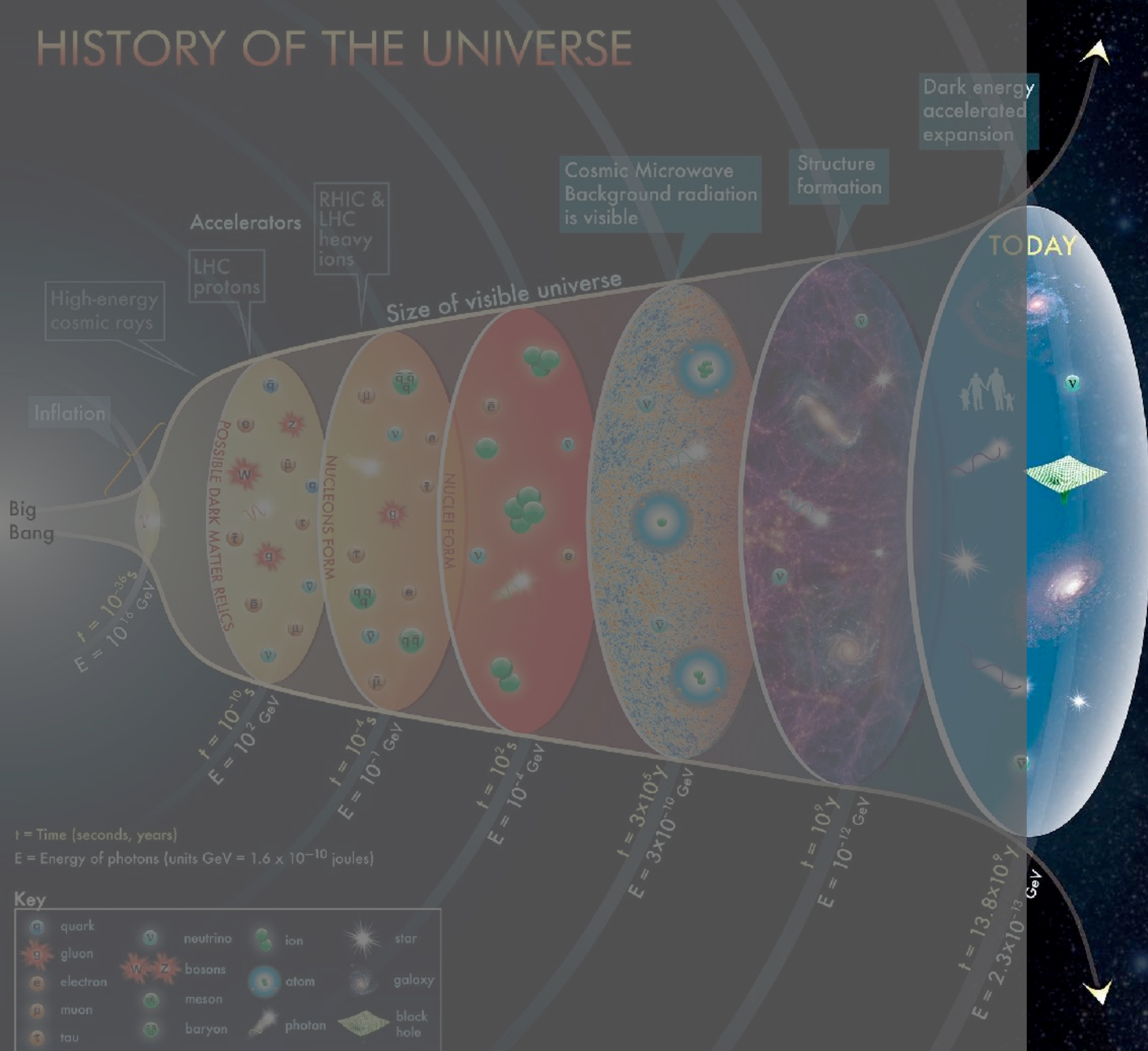
t = Time (seconds, years)
 E = Energy of photons (units GeV = 1.6×10^{-10} joules)

Key

quark	neutrino	ion	star
gluon	bosons	atom	galaxy
electron	meson	photon	black hole
muon	baryon		
tau			

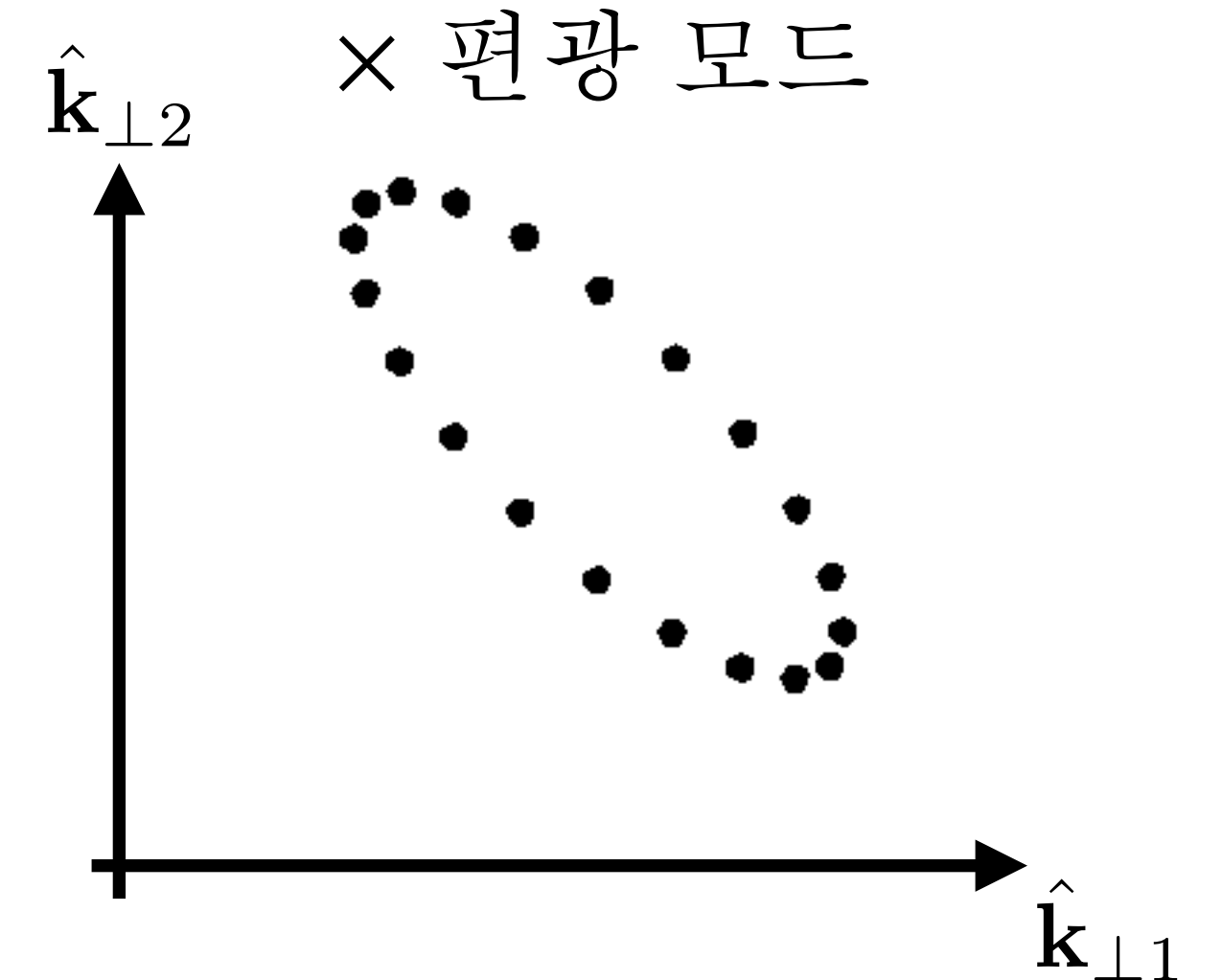
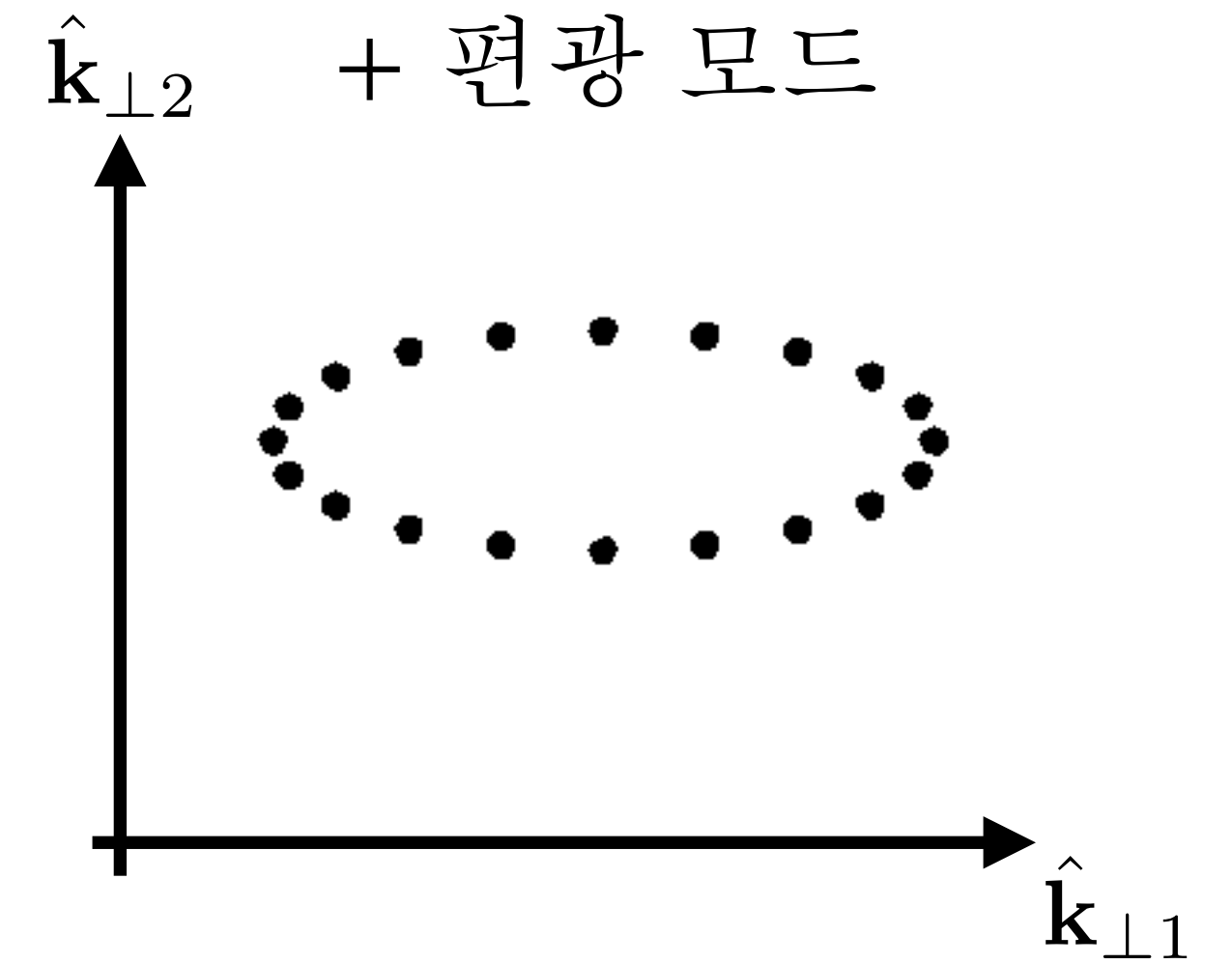
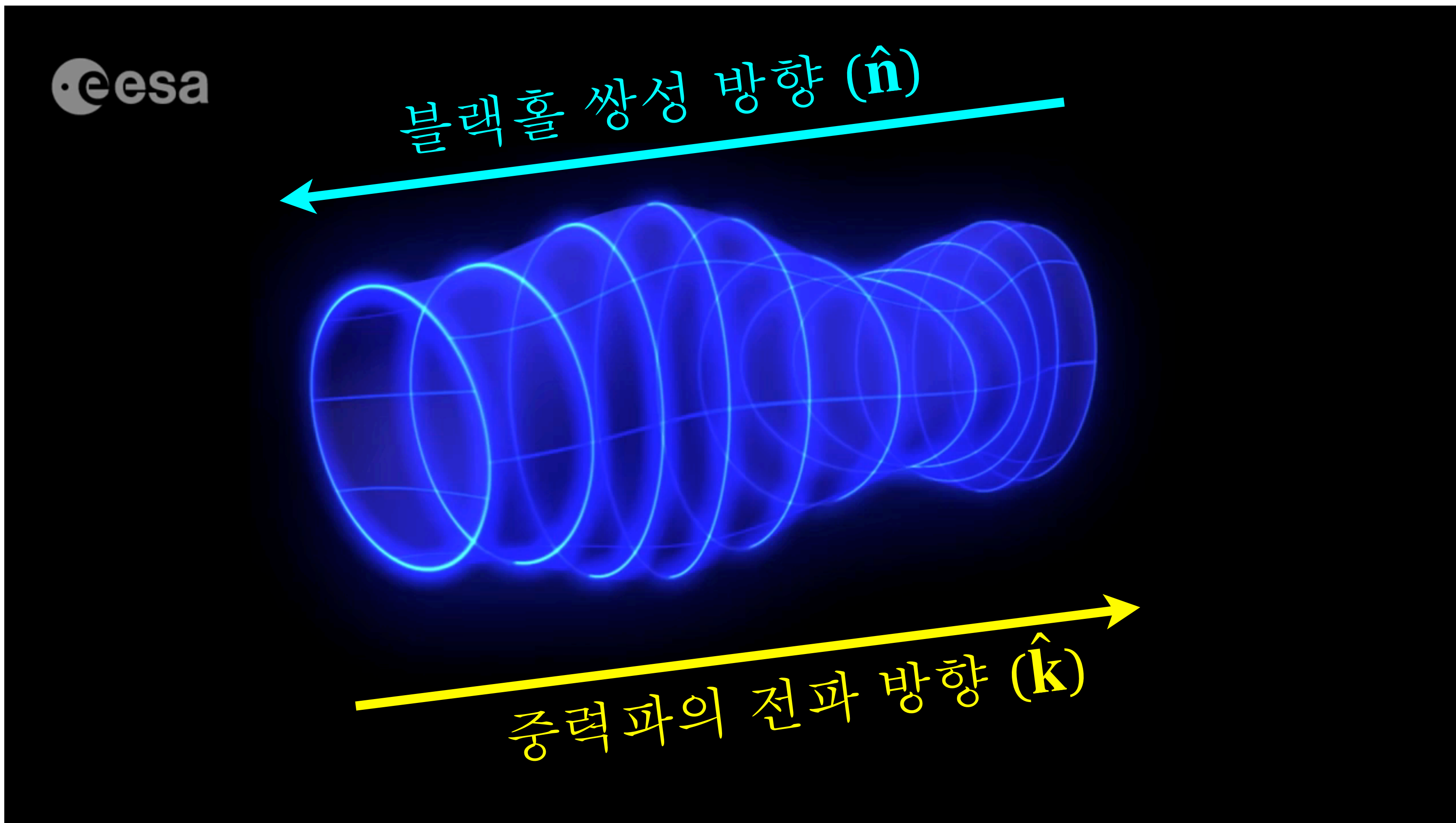
The concept for the above figure originated in a 1986 paper by Michael Turner.

HISTORY OF THE UNIVERSE



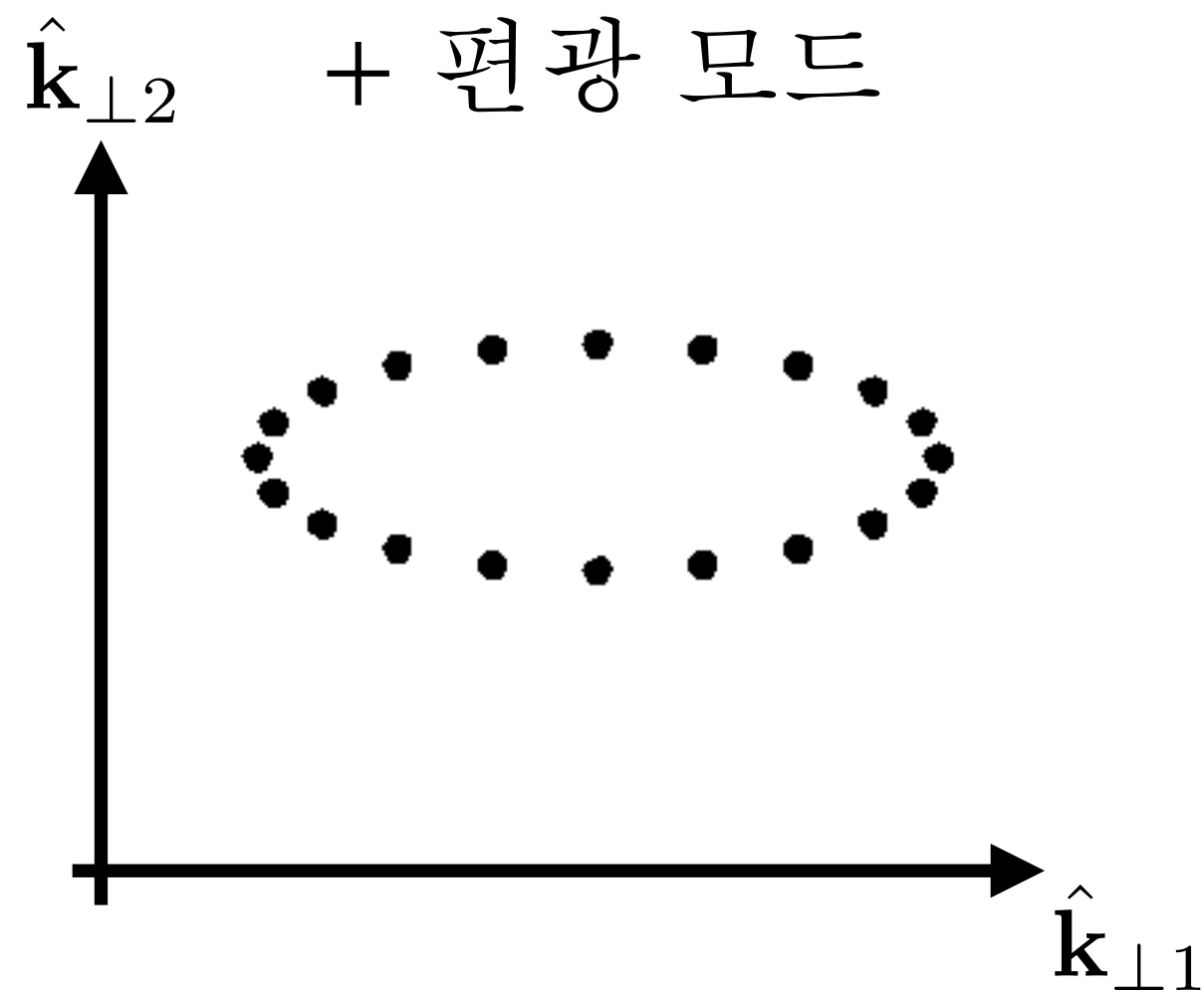
The concept for the above figure originated in a 1986 paper by Michael Turner.

중력파 (Gravitational Wave; GW)

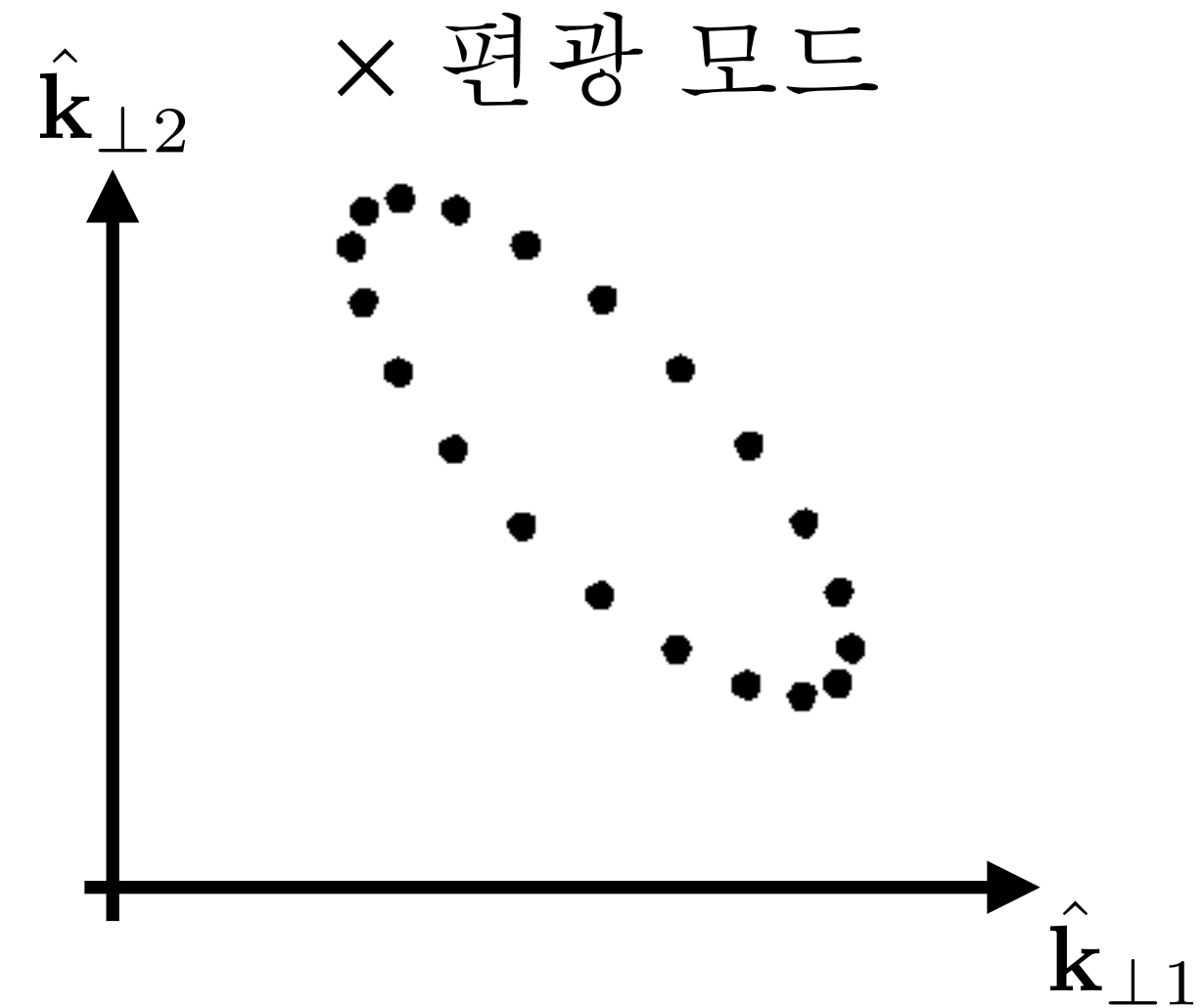


중력파 (GW) 편광 모드

- 중력파의 Transverse ($\hat{\mathbf{k}}_i \varepsilon_{ij}^p(\hat{\mathbf{k}}) = 0$) 하고, traceless ($\sum_{i=j} \varepsilon_{ij}^p(\hat{\mathbf{k}}) = 0$) 한 두 개의 편광모드.

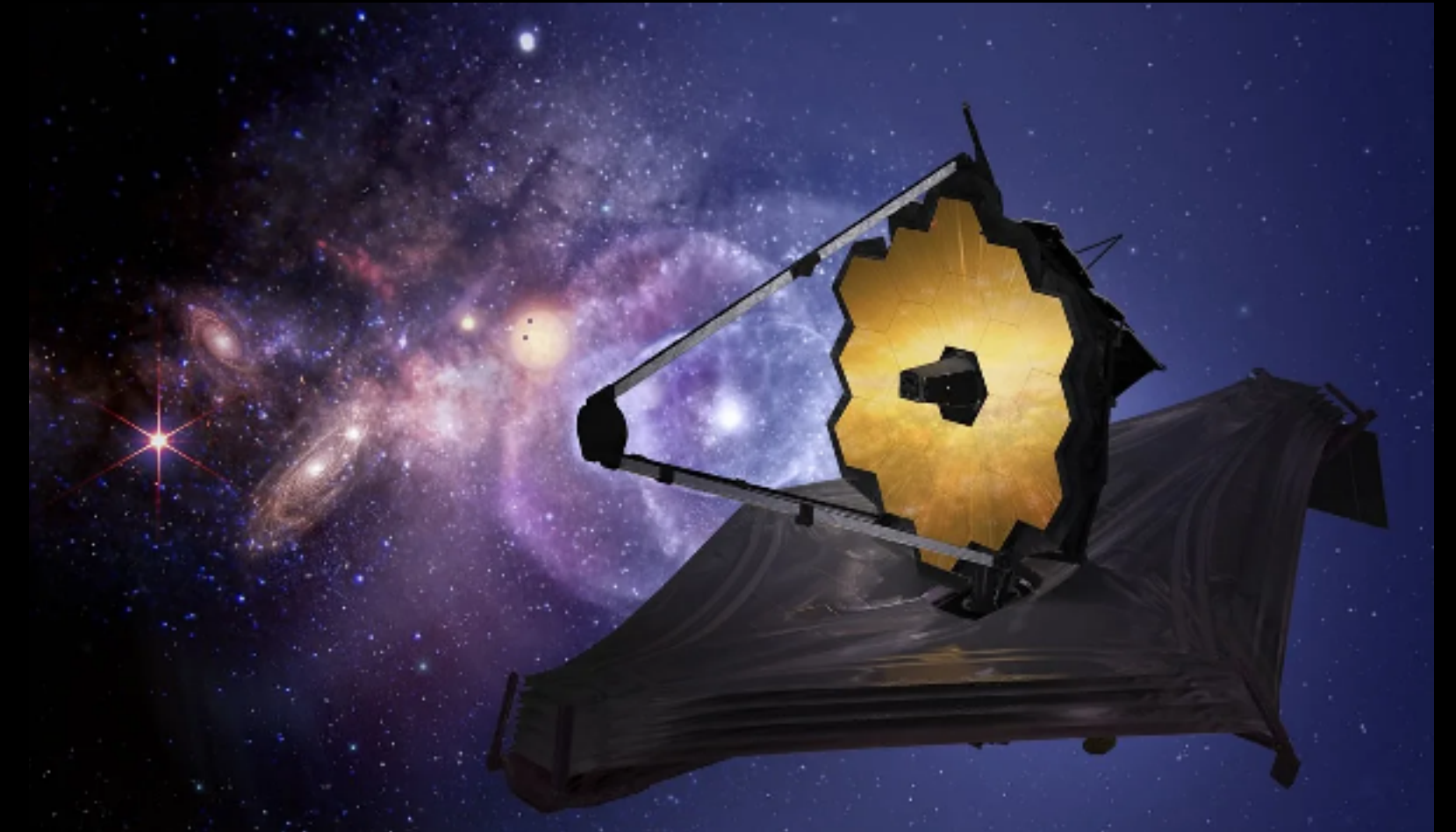
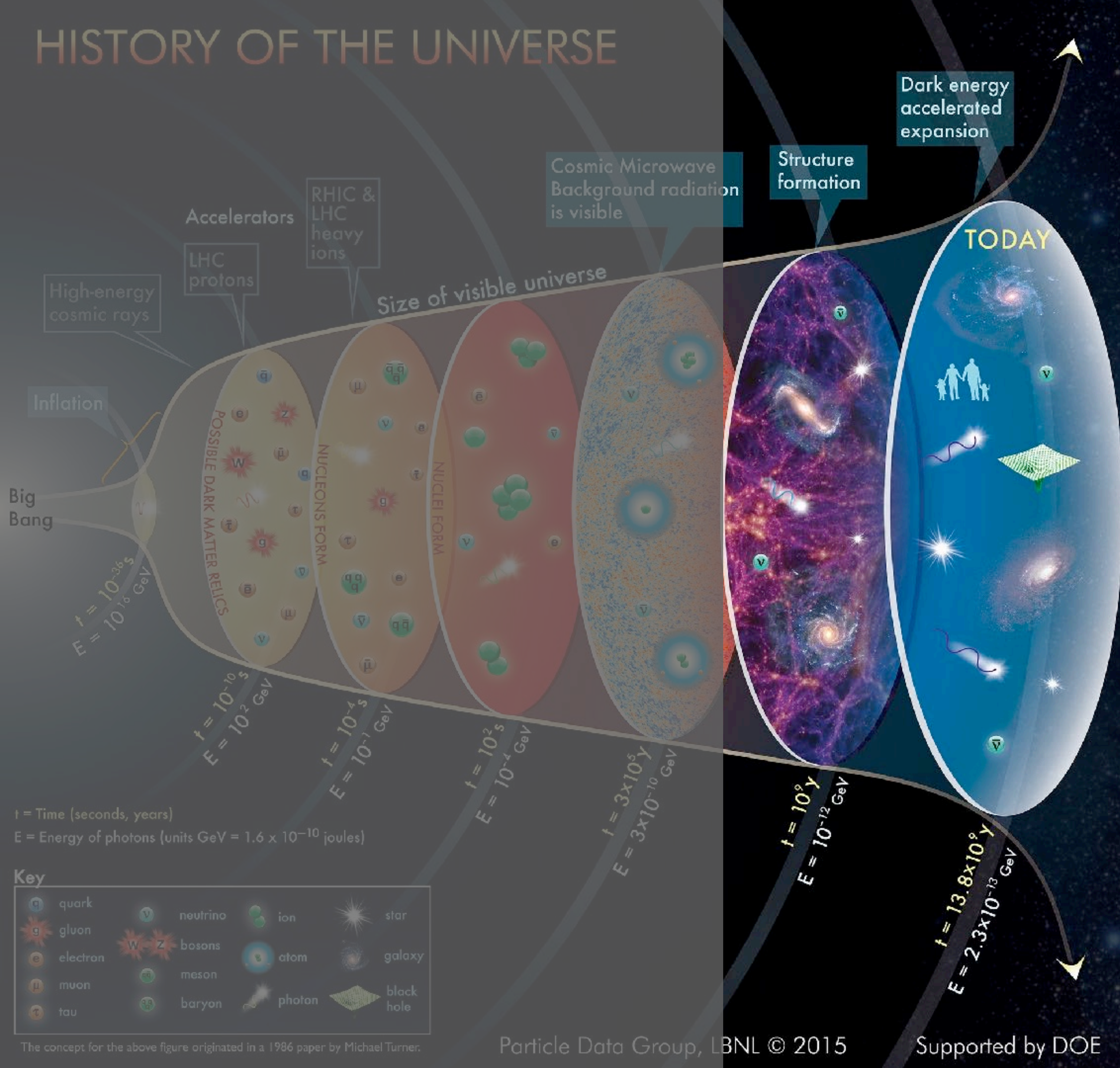


$$\varepsilon_{ij}^+(\hat{\mathbf{k}}) = \left(\hat{\mathbf{k}}_{\perp 1}\right)_i \left(\hat{\mathbf{k}}_{\perp 1}\right)_j - \left(\hat{\mathbf{k}}_{\perp 2}\right)_i \left(\hat{\mathbf{k}}_{\perp 2}\right)_j$$

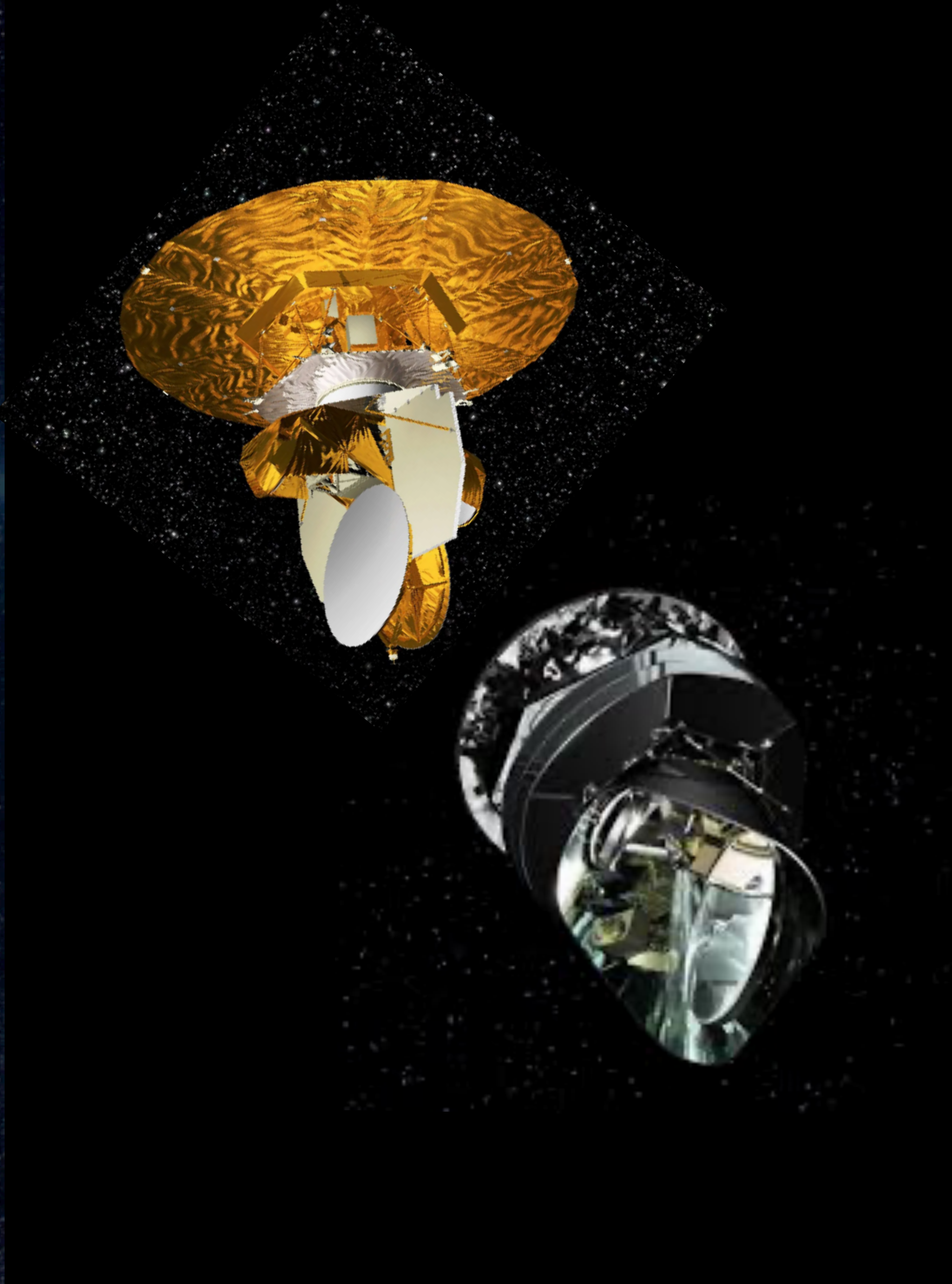
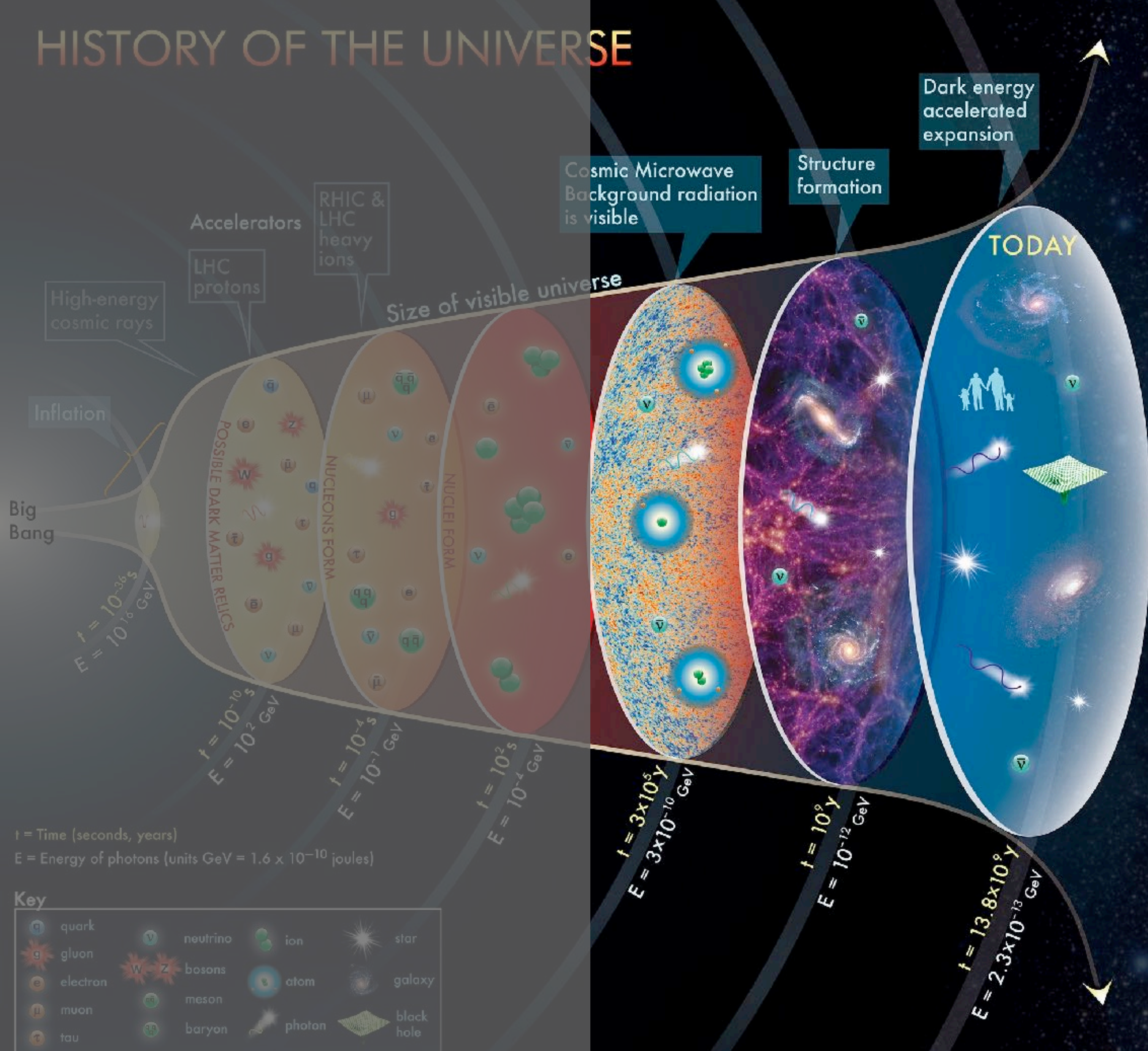


$$\varepsilon_{ij}^\times(\hat{\mathbf{k}}) = \left(\hat{\mathbf{k}}_{\perp 1}\right)_i \left(\hat{\mathbf{k}}_{\perp 2}\right)_j + \left(\hat{\mathbf{k}}_{\perp 2}\right)_i \left(\hat{\mathbf{k}}_{\perp 1}\right)_j$$

HISTORY OF THE UNIVERSE

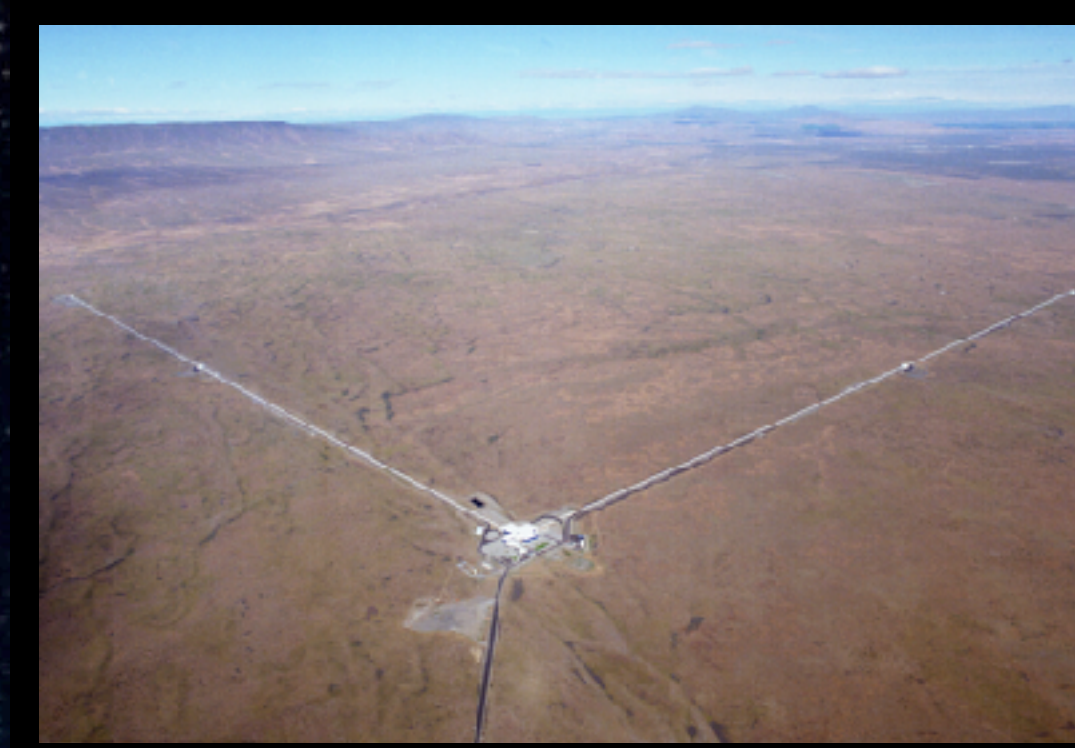
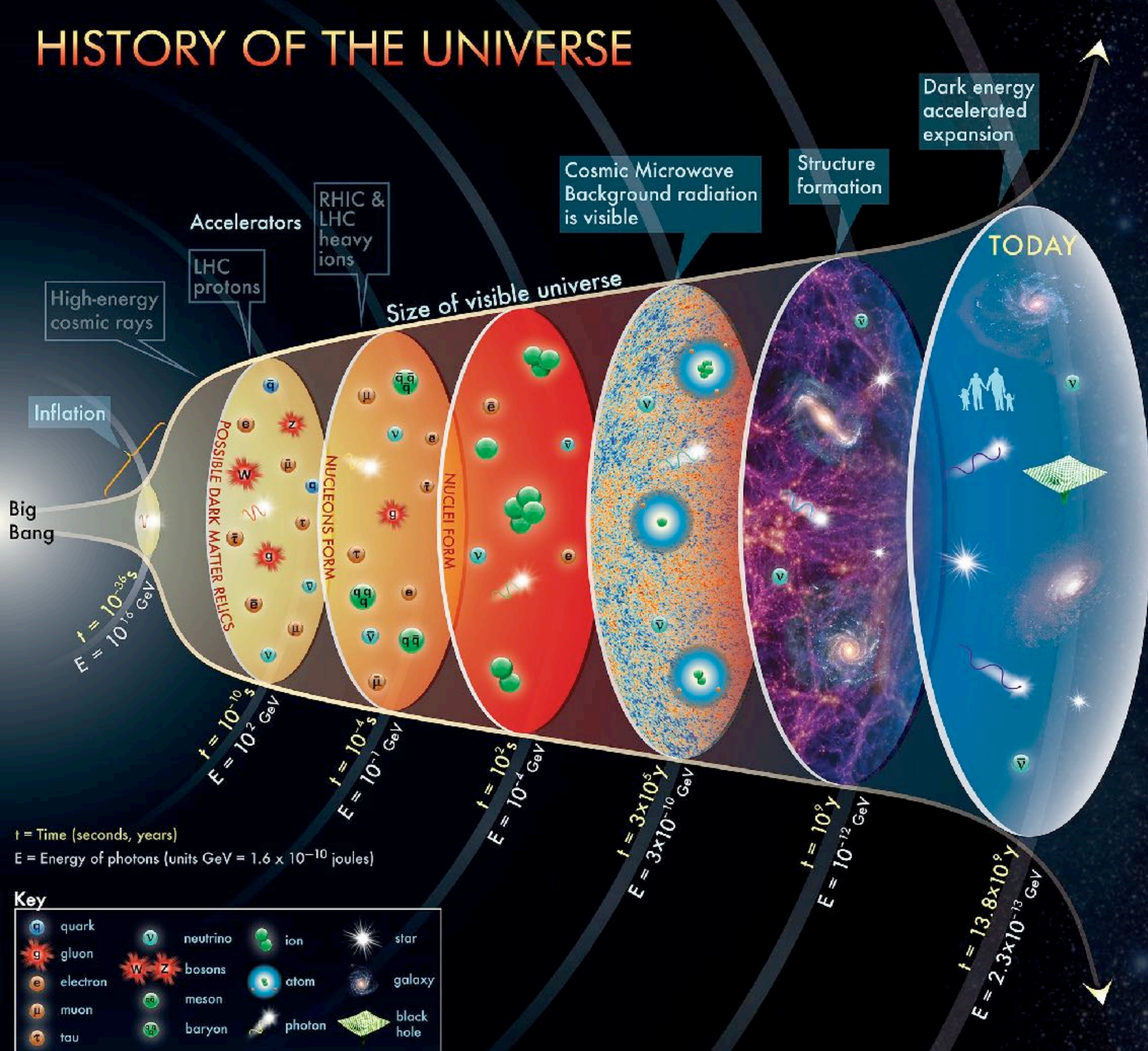


HISTORY OF THE UNIVERSE



The concept for the above figure originated in a 1986 paper by Michael Turner.

HISTORY OF THE UNIVERSE



The concept for the above figure originated in a 1986 paper by Michael Turner.

확률적 중력파 (Stochastic GW; SGW)

$$h_{ij}(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \left[h_+(\mathbf{k}, t) \varepsilon_{ij}^+(\hat{\mathbf{k}}) + h_\times(\mathbf{k}, t) \varepsilon_{ij}^\times(\hat{\mathbf{k}}) \right] e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}$$

- 모든 방향에서 오는 중력파의 효과를 더한 것. 우주론적으로 생긴 확률적 중력파의 경우
 - 등방적(Isotropic): 균일등방한 우주모형과 일치해야함.
 - 정상상태(Stationary): 우주론적 시간에 생겼으므로, 우리가 측정할 동안에는 일정.
 - 거의 정규분포(Gaussian): 무수히 많은 소스를 더했기에, 중심극한정리.
- cf. 우리 우주의 백색왜성 쌍성계에서 나오는 SGW는 비등방적일 것.

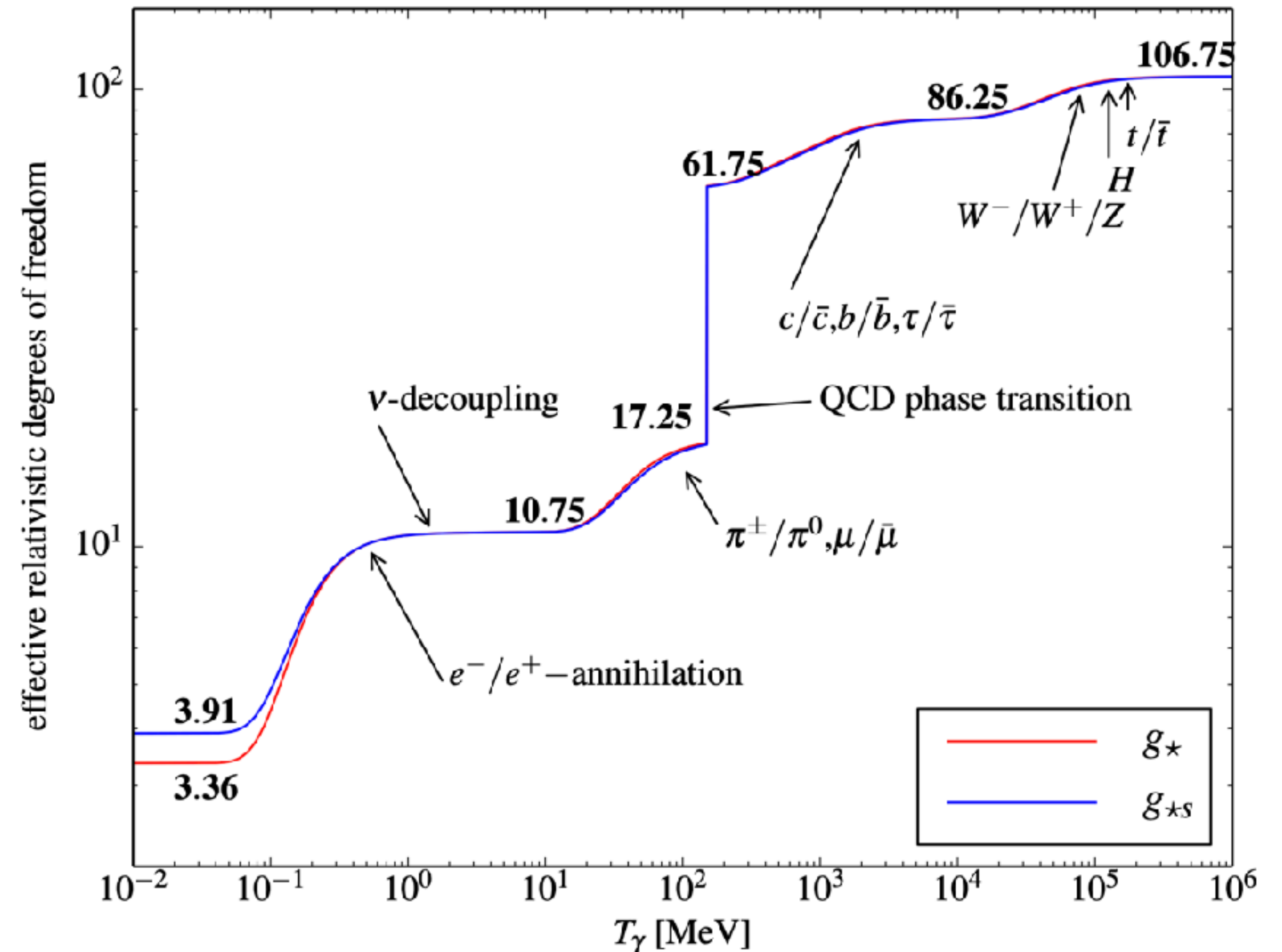
초기우주 SGW의 진동수 ~ 시간 지표

- 균일등방한 우주에서 우주론적으로 생긴 확률적 중력파의 경우, 우주의 모든 곳에서 (거의) 동시에 생김.
- 초기우주의 시간지표 ~ 우주의 나이:

$$t_{\text{sec}} = \frac{2.420}{\sqrt{g_*(T)}} T_{\text{MeV}}^{-2}$$

- SGW가 만들어질 때의 진동수:

$$f_{\text{Hz}}^{\text{SGW}} \simeq 1/t_{\text{sec}} = \frac{\sqrt{g_*(T)}}{2.420} T_{\text{MeV}}^2$$



현재 SGW의 진동수~(시간 지표)x(적색이동)

- 초기우주에서 만들어진 SGW의 진동수는 우주팽창에 의해 적색이동한다. 즉, 모든 GW는 우주 팽창에 반비례하여 그 에너지를 잃게 된다.
- 현재 우주배경복사의 온도는 2.726K ~ 0.235 meV.
온도가 MeV이었을 때의 적색이동 값

$$z = \frac{T_{\text{MeV}}}{0.235 \text{ meV}} \simeq 4.26 \times 10^9 T_{\text{MeV}}$$

- 그러므로, 예전에 방출된 SGW가 현재 관측되는 진동수는:

$$f_{\text{Hz}}^{\text{SGW,obs}} \simeq \frac{1}{z} f_{\text{Hz}}^{\text{SGW}} = 9.7 \times 10^{-11} \sqrt{g_{\star}(T)} T_{\text{MeV}}$$

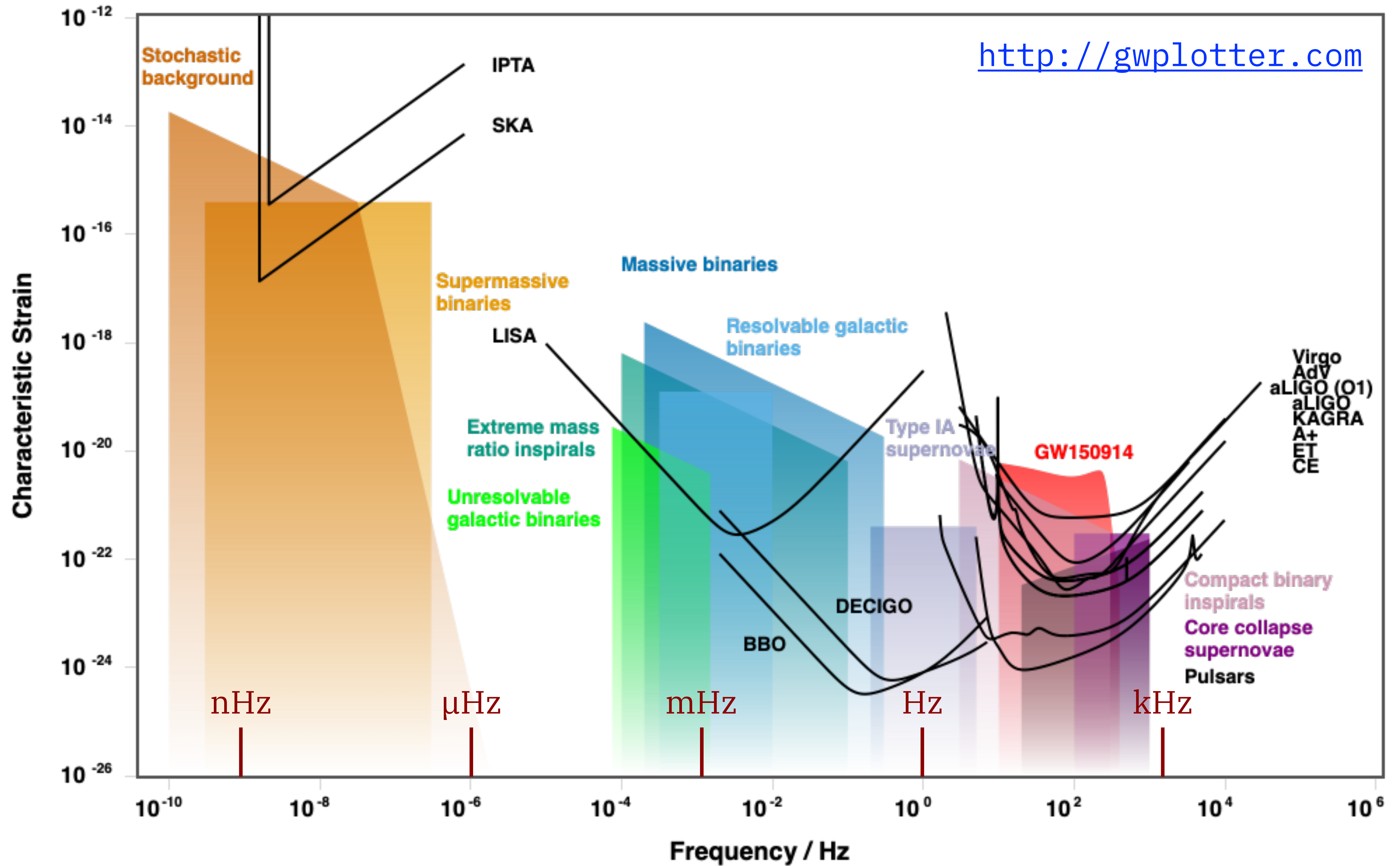
관측한 SGW의 진동수와 초기우주

- 관측할 수 있는 SGW의 진동수에 해당하는 초기 우주의 에너지와 시간:

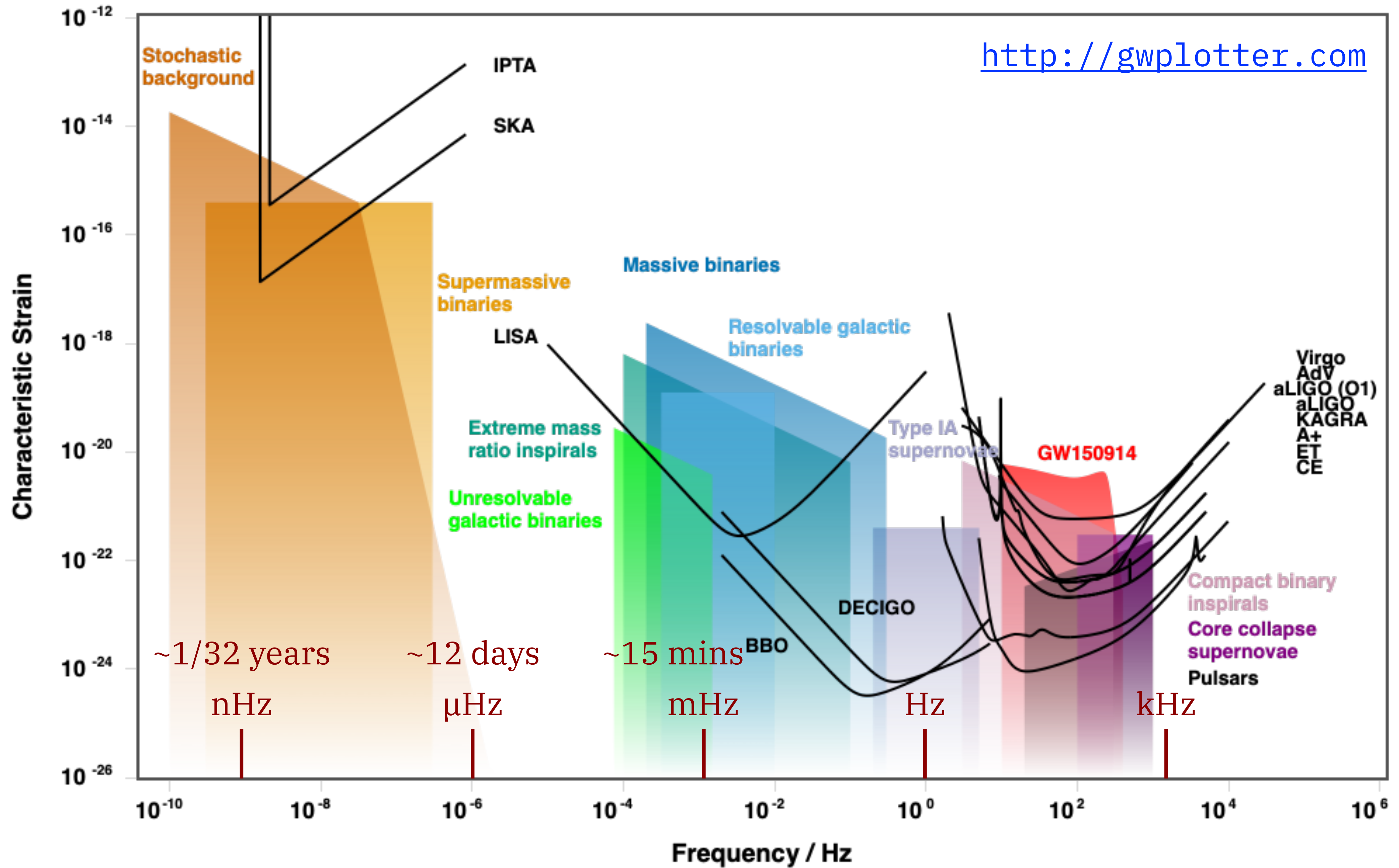
$$T_{\text{MeV}} = \frac{10^{10}}{\sqrt{g_{\star}(T)}} f_{\text{Hz}}^{\text{SGW,obs}}$$

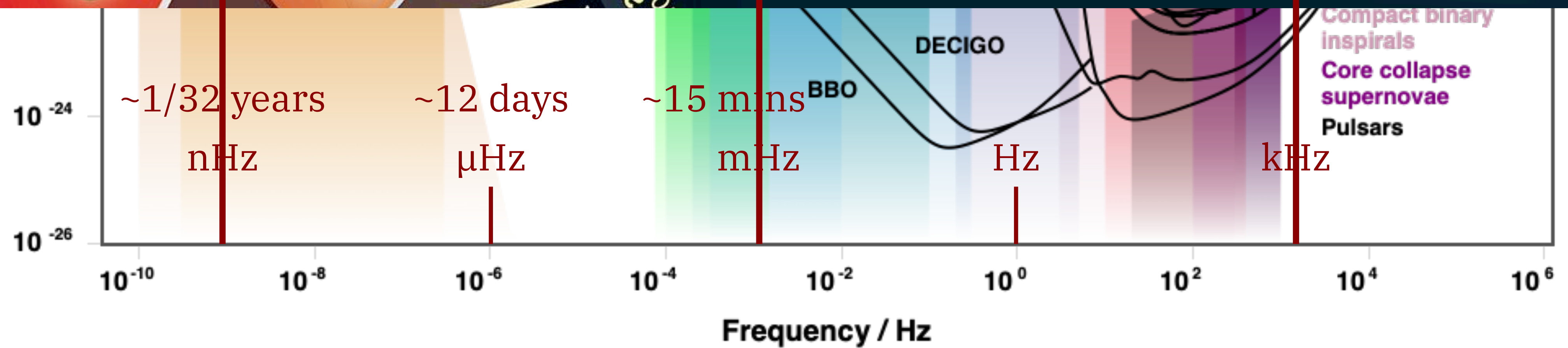
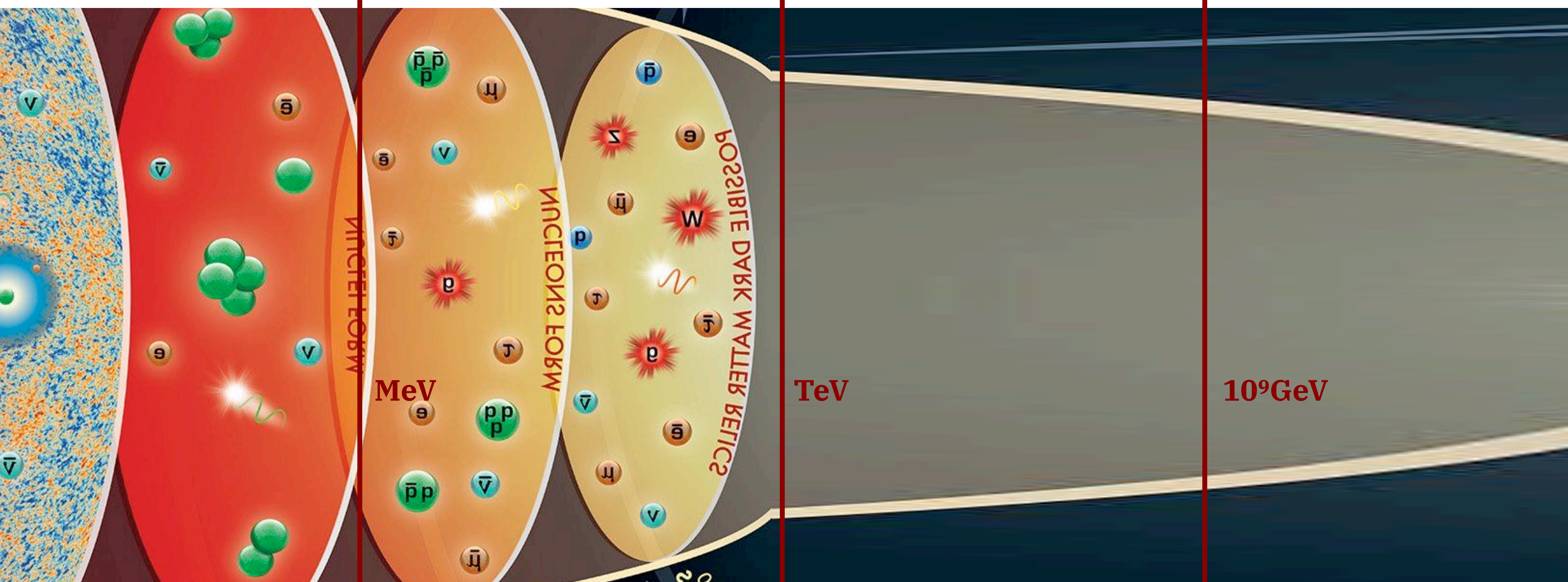
$$t_{\text{sec}} = \frac{2.28 \times 10^{-20} \sqrt{g_{\star}(T)}}{\left(f_{\text{Hz}}^{\text{SGW,obs}}\right)^2}$$

진동수	관측장비	온도	시간
nHz	NANOGrav, PTA	~ MeV	~ 1초
mHz	LISA	~ TeV	~ 10 ⁻¹³ 초
kHz	LVK	~ 10 ⁹ GeV	~ 10 ⁻²⁵ 초

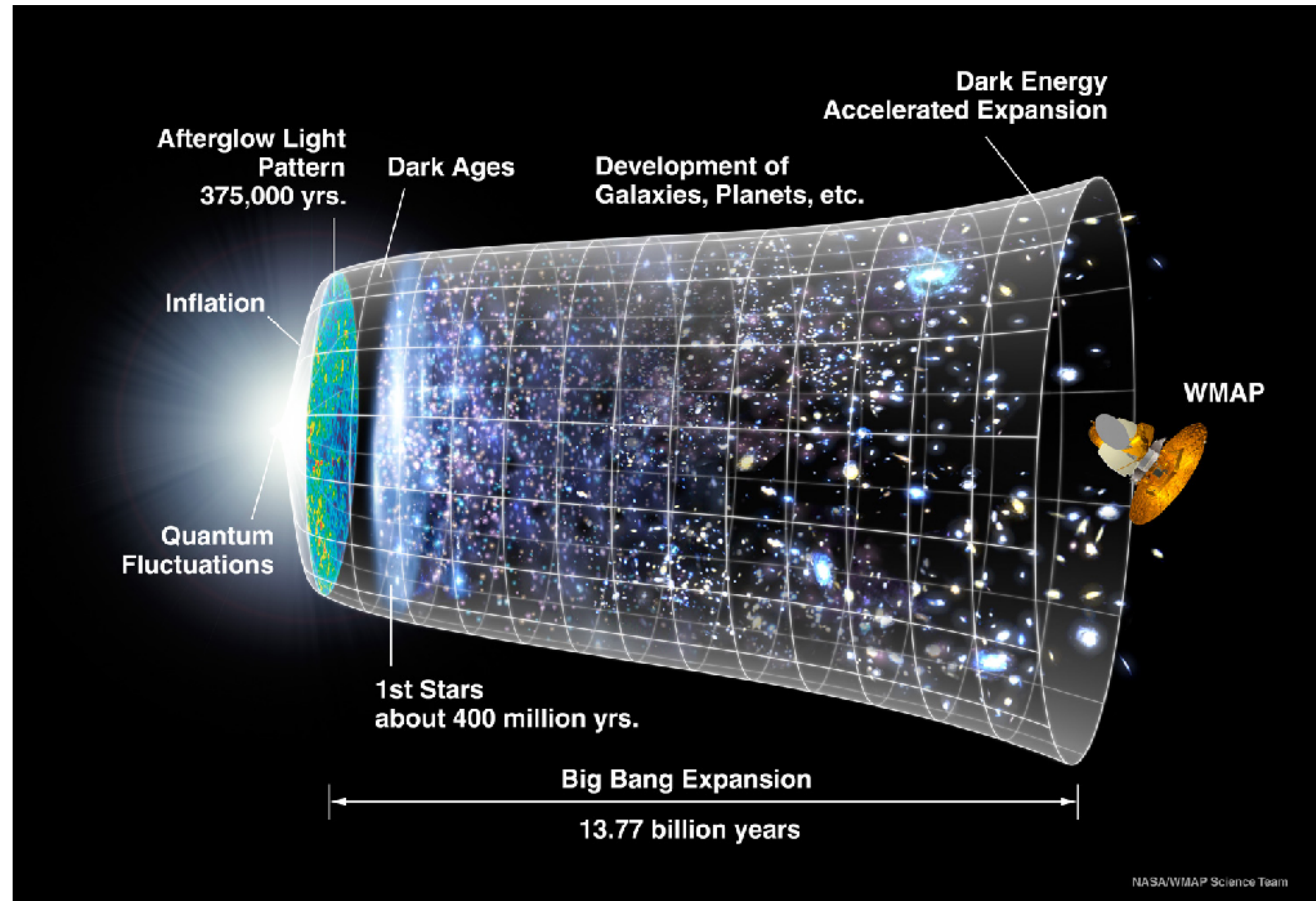


<http://gwplotter.com>



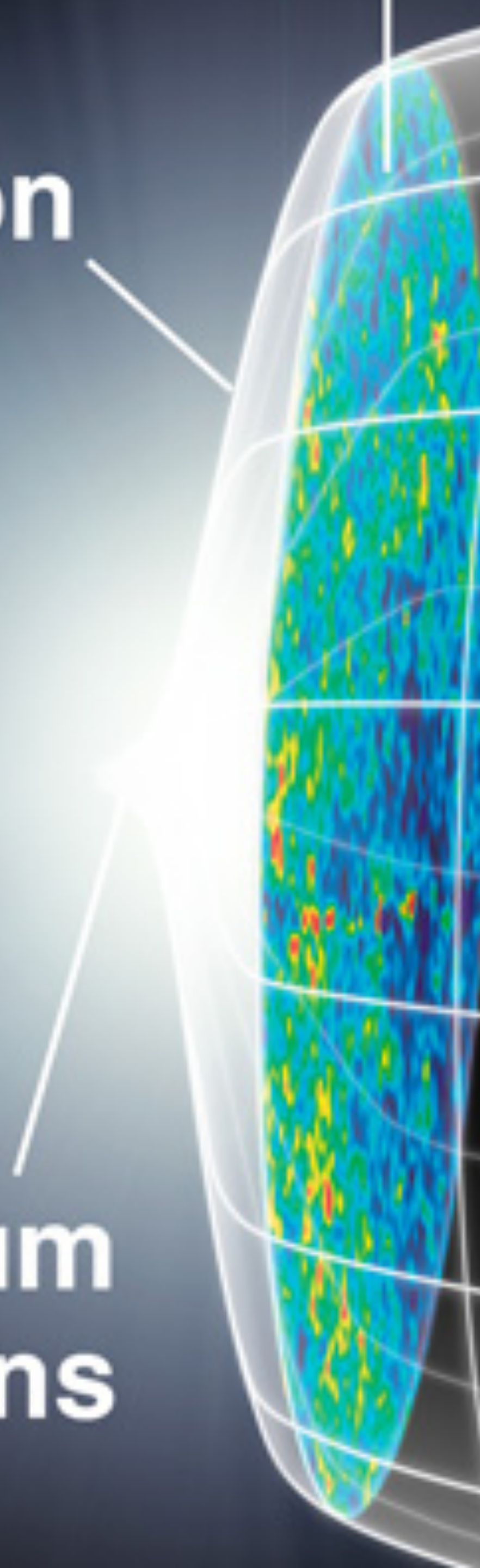


SGW생성 1. 인플레이션



Inflation

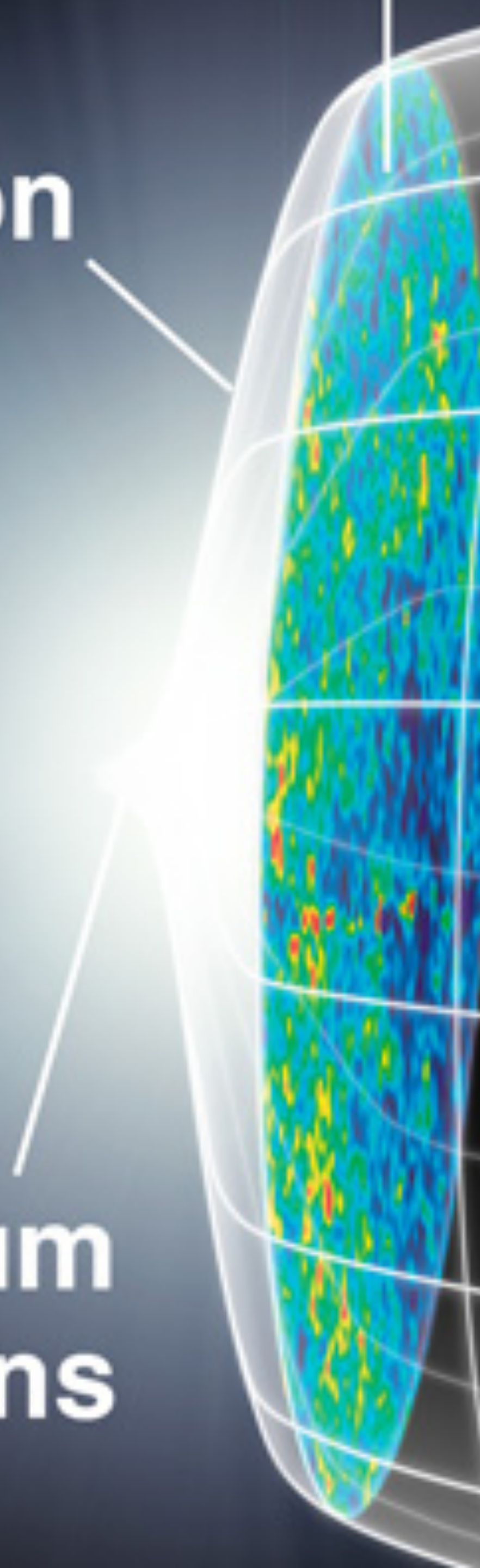
Quantum Fluctuations



- 인플레이션
= 초기 우주의 가속팽창시기

Inflation

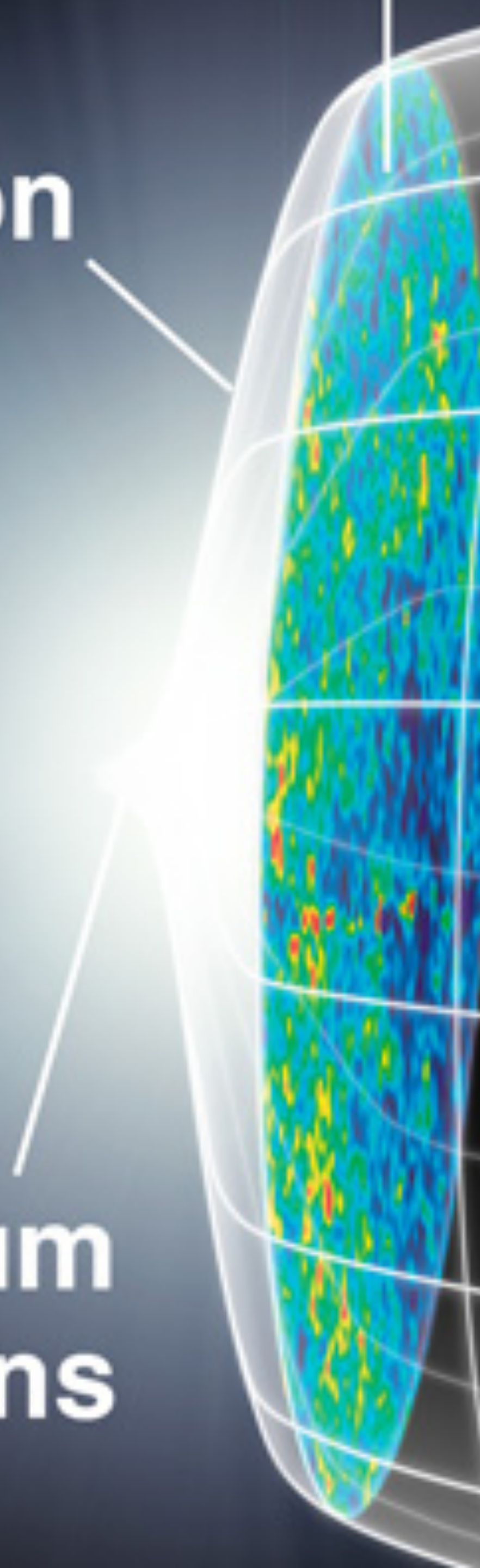
Quantum Fluctuations



- 인플레이션
= 초기 우주의 가속팽창시기
- 빅뱅우주론이 갖는 여러 문제들을 해결하기 위해 제안됨:
 - CMB는 왜 균일한가?
 - 우주가 왜 편평한가?
 - 우주에 왜 드래곤(??)이 없나?

Inflation

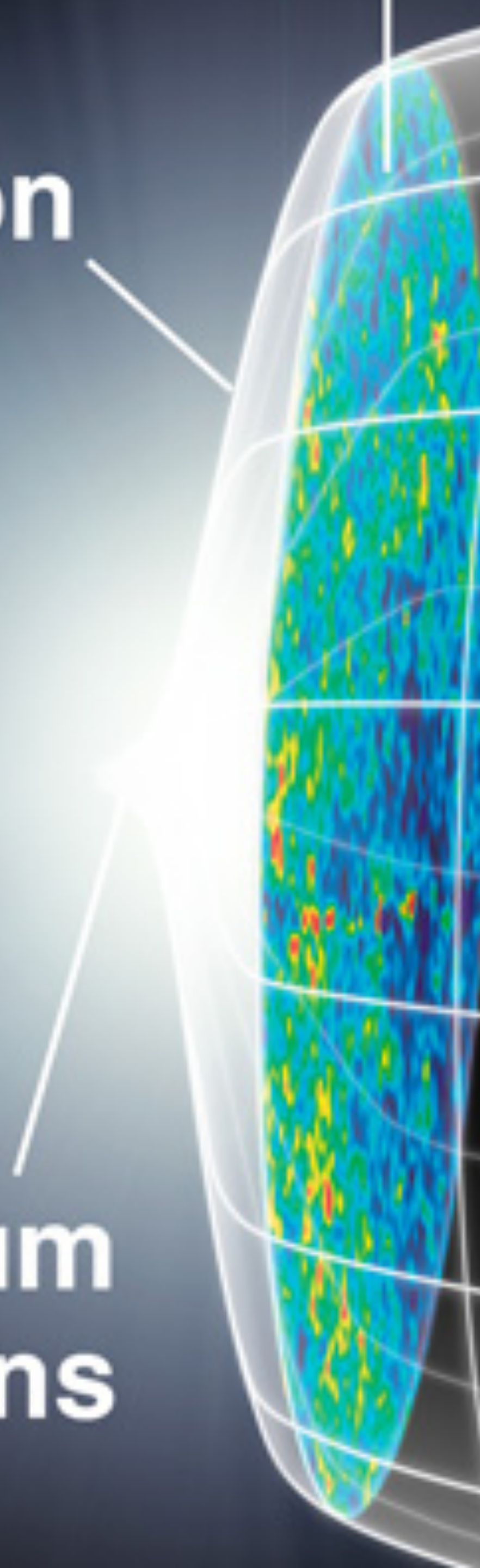
Quantum Fluctuations



- 인플레이션
= 초기 우주의 가속팽창시기
- 빅뱅우주론이 갖는 여러 문제들을 해결하기 위해 제안됨:
 - CMB는 왜 균일한가?
 - 우주가 왜 편평한가?
 - 우주에 왜 드래곤(??)이 없나?
- 동시에, 우주 거대구조를 만드는 양자요동 씨앗을 지평선 밖으로 내보내서 균힘.

Inflation

Quantum Fluctuations



- 인플레이션
= 초기 우주의 가속팽창시기
- 빅뱅우주론이 갖는 여러 문제들을 해결하기 위해 제안됨:
 - CMB는 왜 균일한가?
 - 우주가 왜 편평한가?
 - 우주에 왜 드래곤(??)이 없나?
- 동시에, 우주 거대구조를 만드는 양자요동 씨앗을 지평선 밖으로 내보내서 균힘.
- 여기서 살아남을 수 있는 양자요동 씨앗은 밀도섭동과 중력파!

인플레이션 중력파

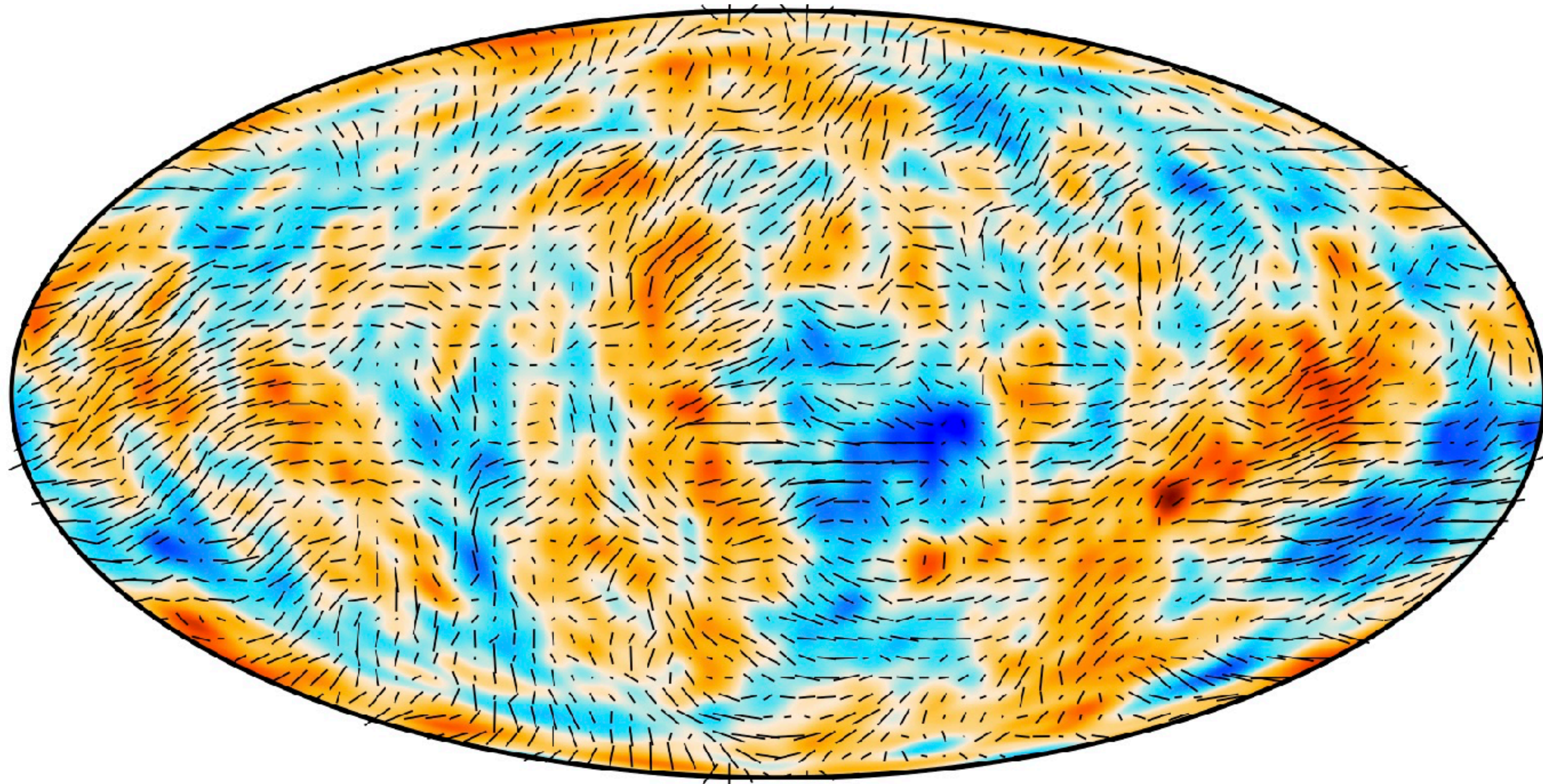
- 인플레이션에서 만들어진 중력파의 세기는 그 당시의 허블 팽창 계수로 정해진다:

$$\Delta_h^2(k) = \frac{k^3 P_T(k)}{2\pi^2} = \frac{64\pi}{m_{\text{pl}}^2} \left(\frac{H}{2\pi} \right)^2 \Big|_{k=aH}$$

+ 프리드만 방정식: $3H^2 \sim 8\pi G\rho$

- 인플레이션 **SGW = 인플레이션의 에너지 스케일**: $E \sim (r/0.01)^{1/4} 10^{16} \text{GeV!}$
- 인플레이션 **SGW = 인플레이션 당시 우주의 팽창률**: 관측적으로 인플레이션을 증명 가능!

Planck가 측정한 CMB 편광 지도



| 0.41 μK

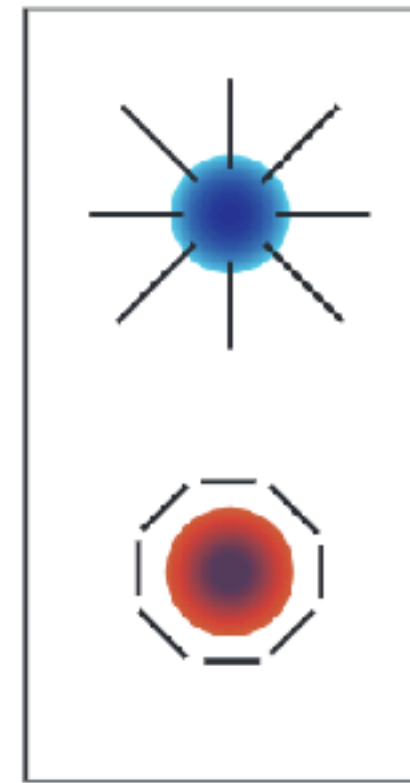
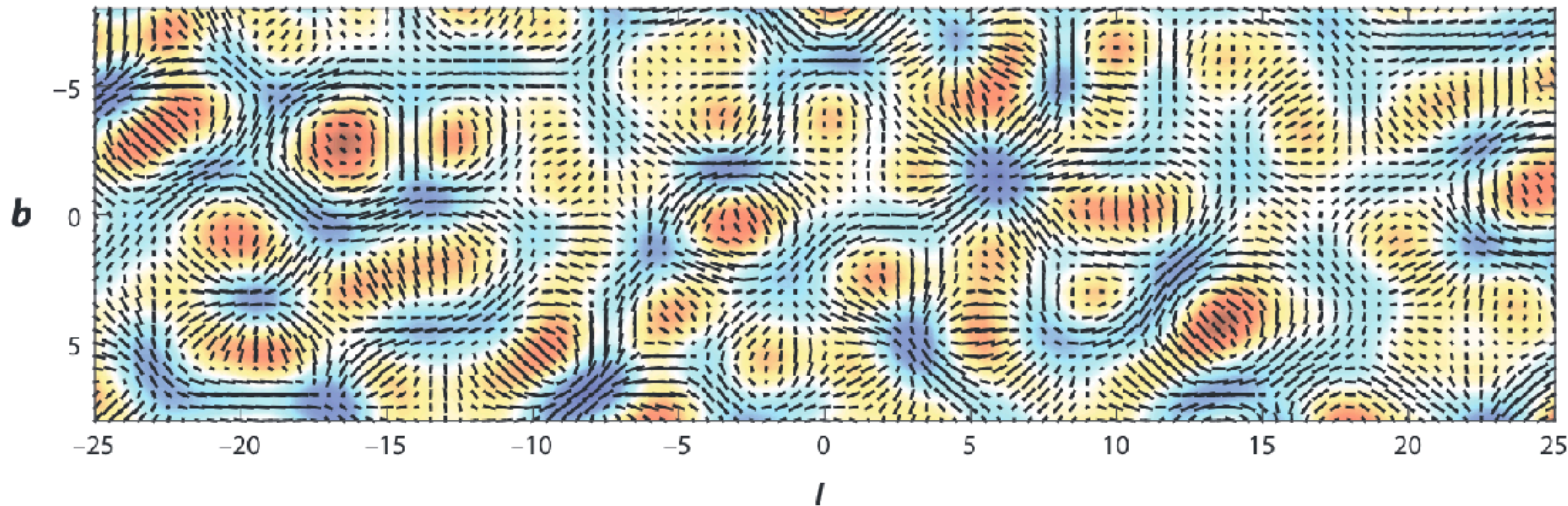
-160

160 μK

5° 필터로 스무딩한 Planck 온도 (색상) + 편광 (선) 지도

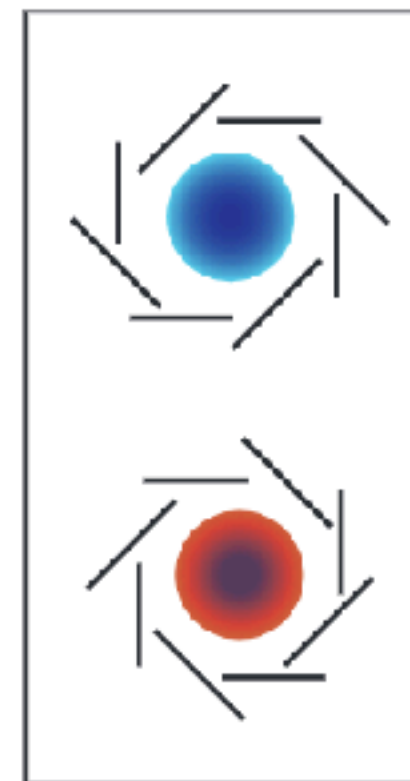
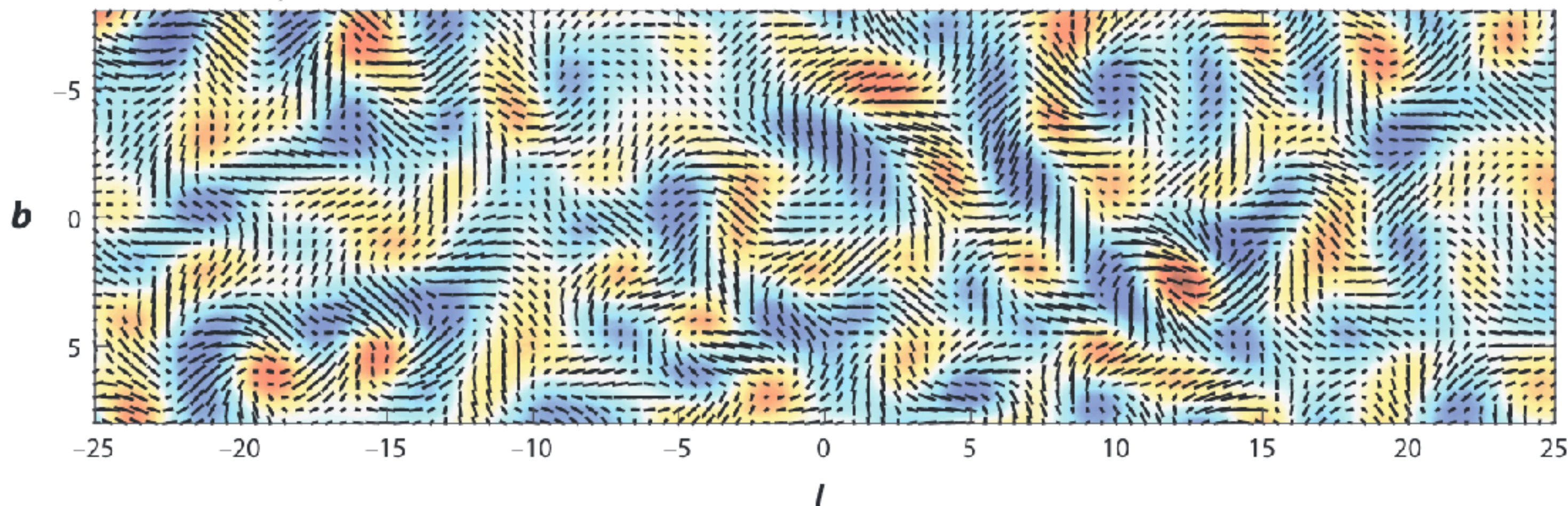
E-mode와 B-mode

a E-mode polarization



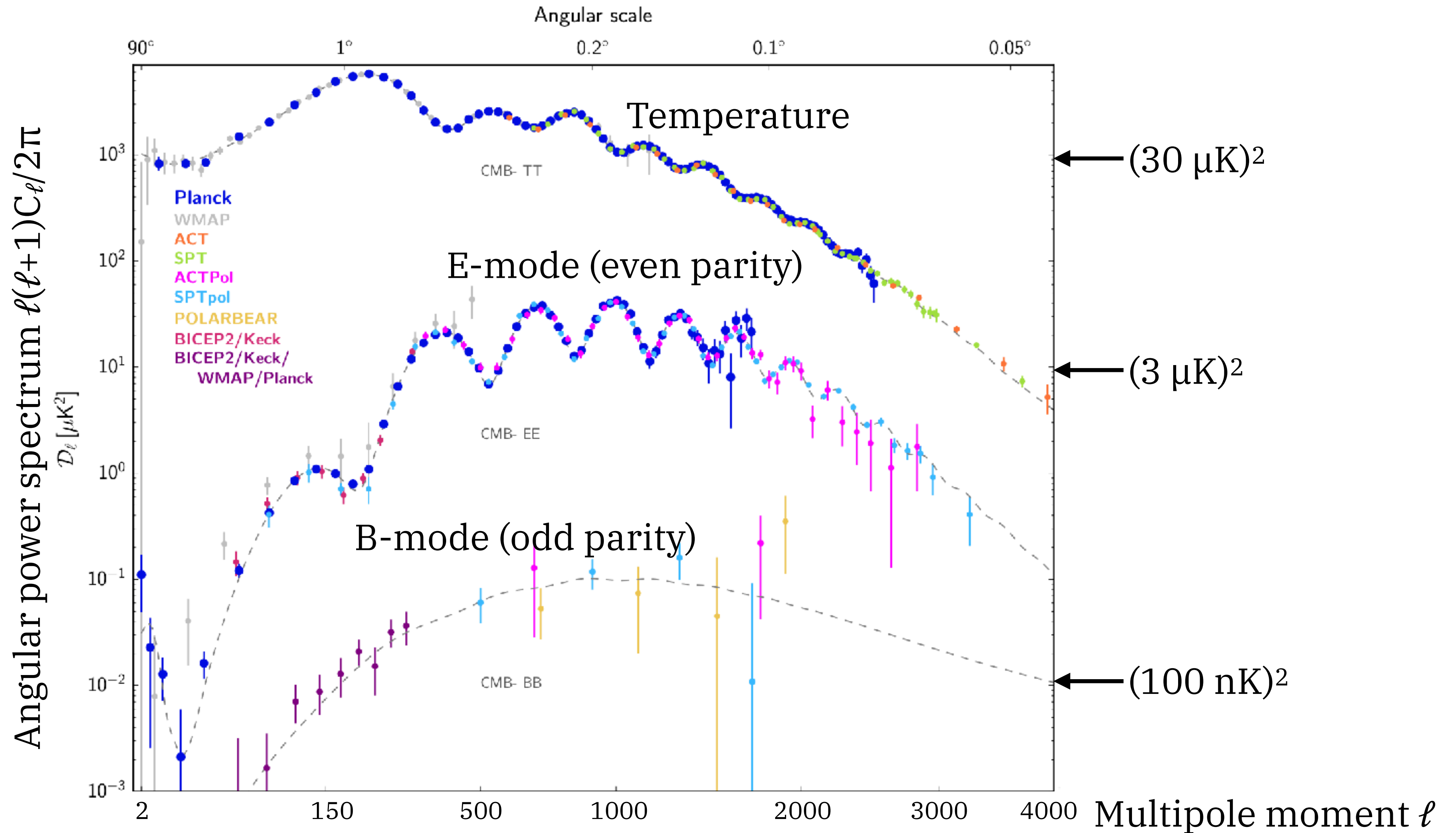
거울대칭에 *Even*인 편광은
초기우주의
scalar (density),
vector (vorticity),
tensor (gravitational waves)
섭동에 의해 만들어진다

b B-mode polarization



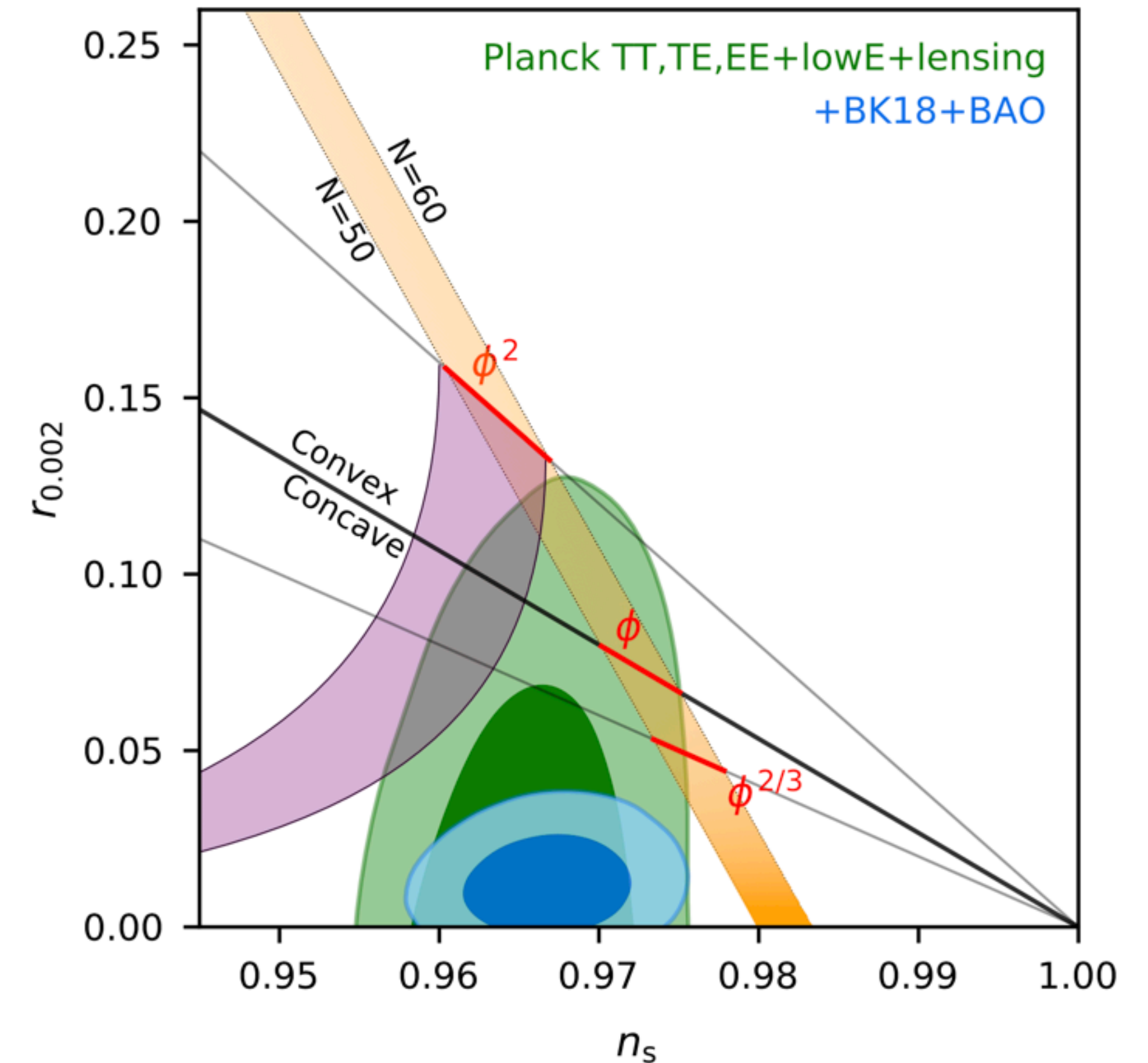
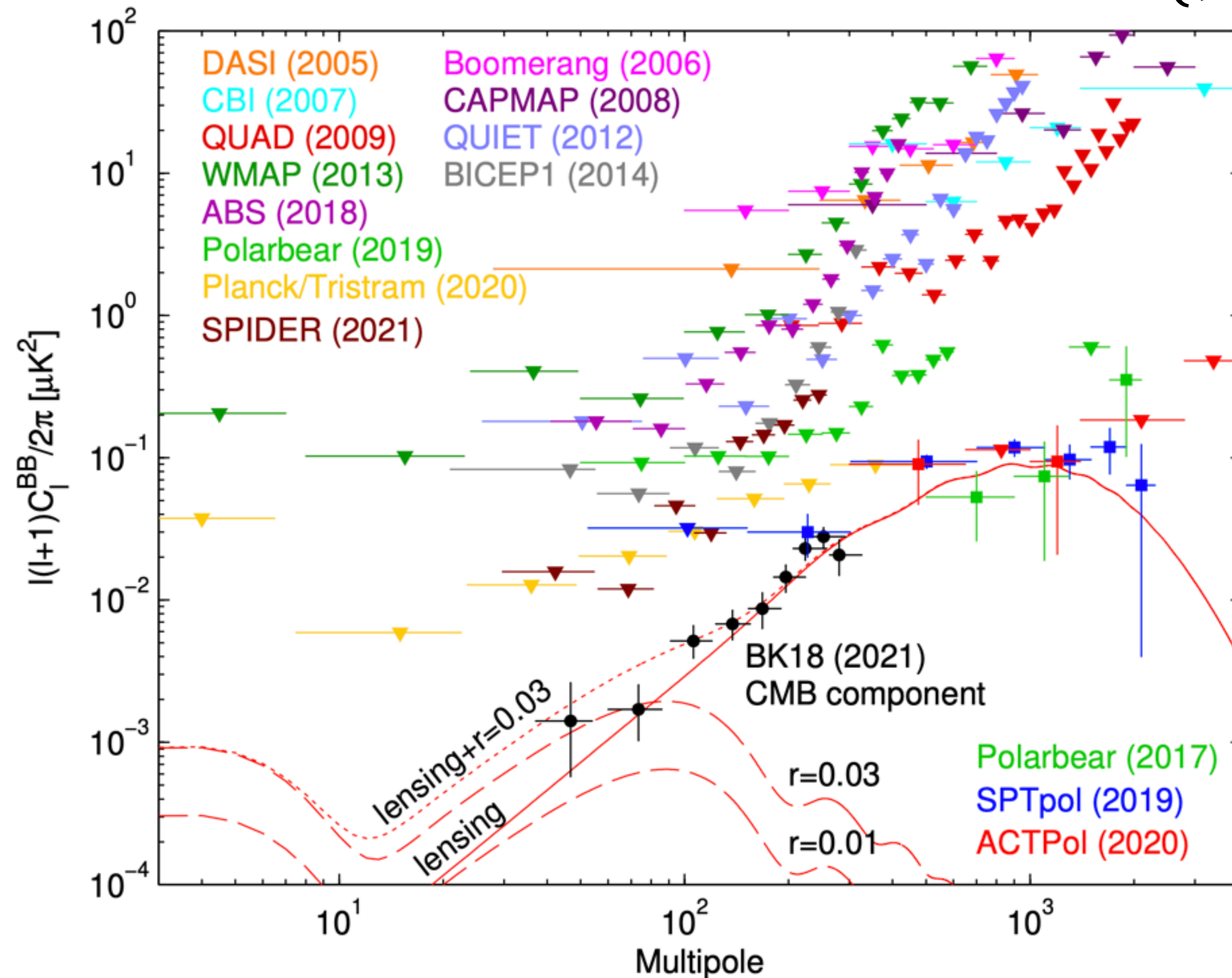
거울대칭에 *Odd*인 편광은
초기우주의
vector (vorticity),
tensor (gravitational waves)
섭동에 의해 만들어진다.

파워 스펙트럼 = 섭동의 크기



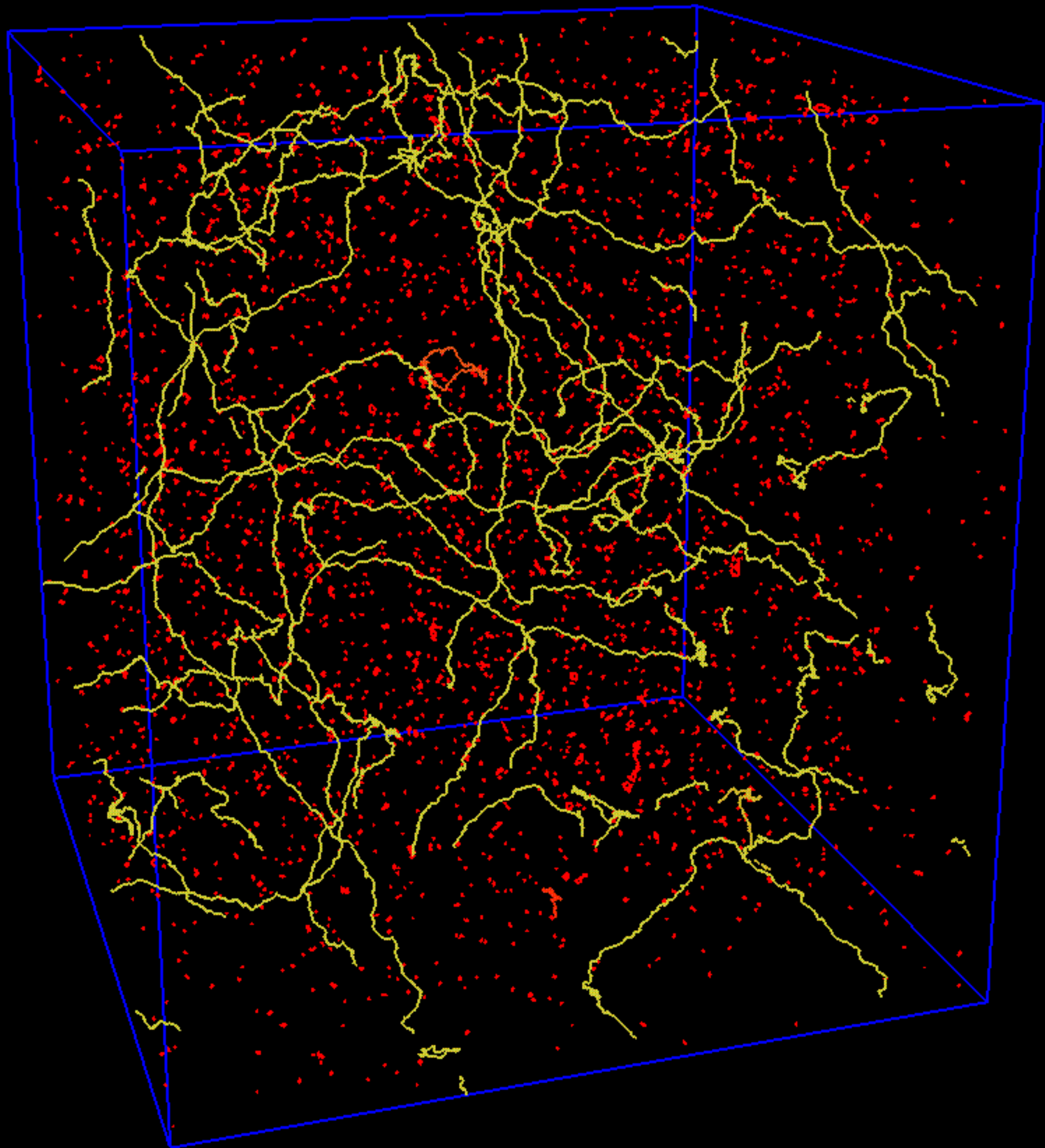
CMB로 초기우주 중력파 찾기

$r < 0.036$ (95% C.L.)

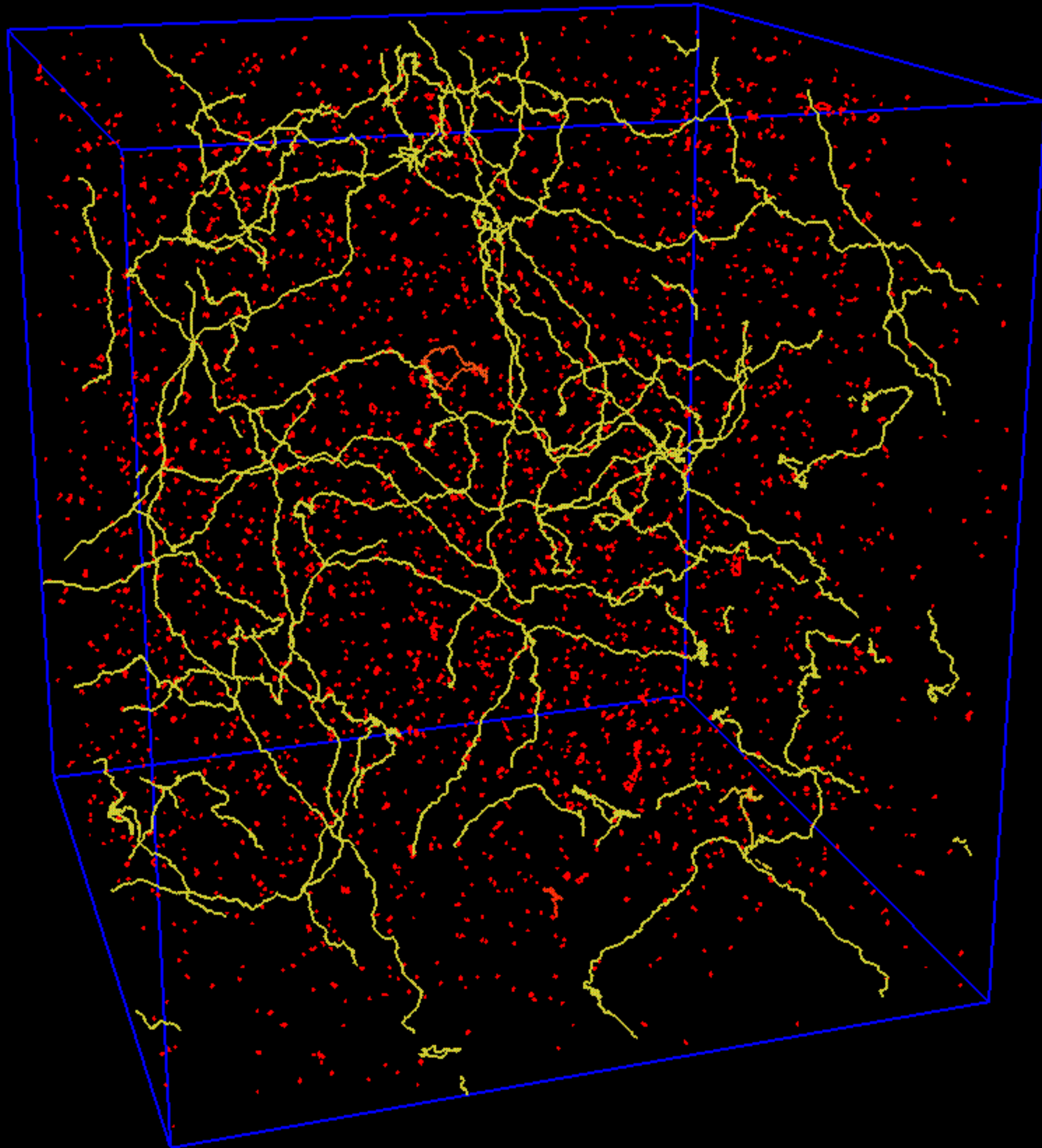


SGW생성 2. 우주끈 (Cosmic String)

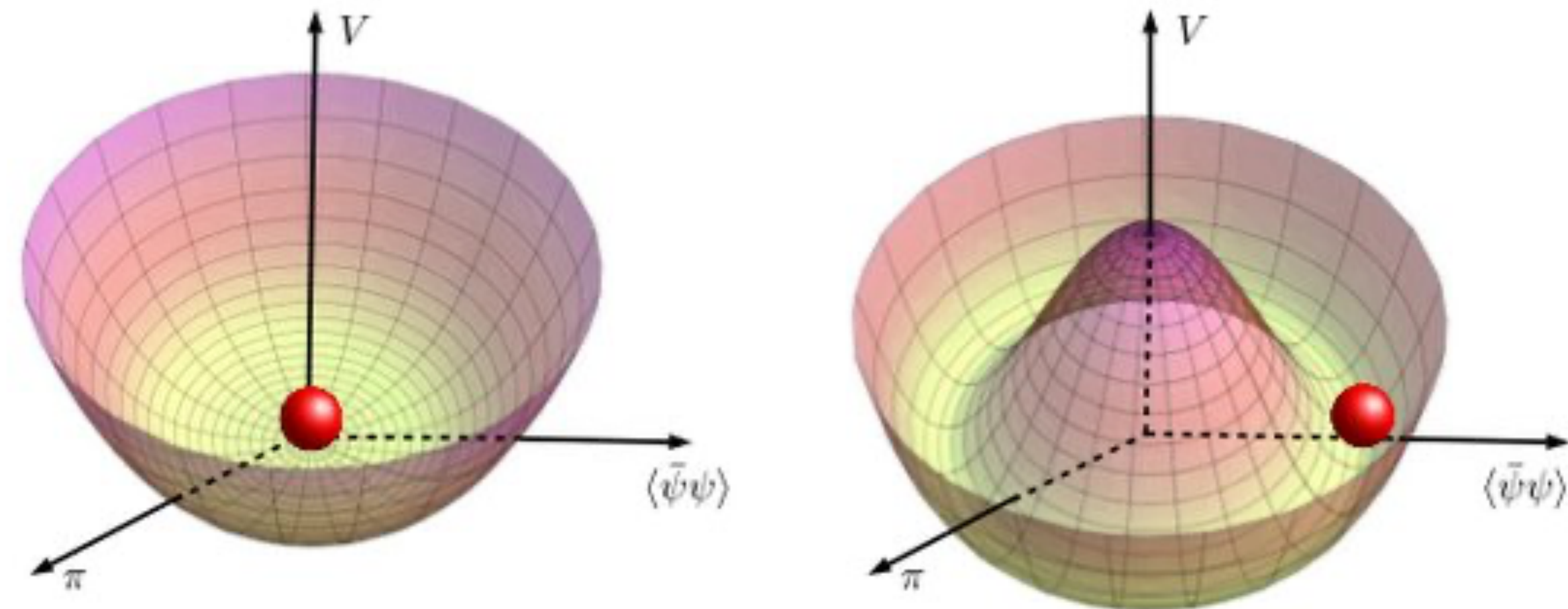


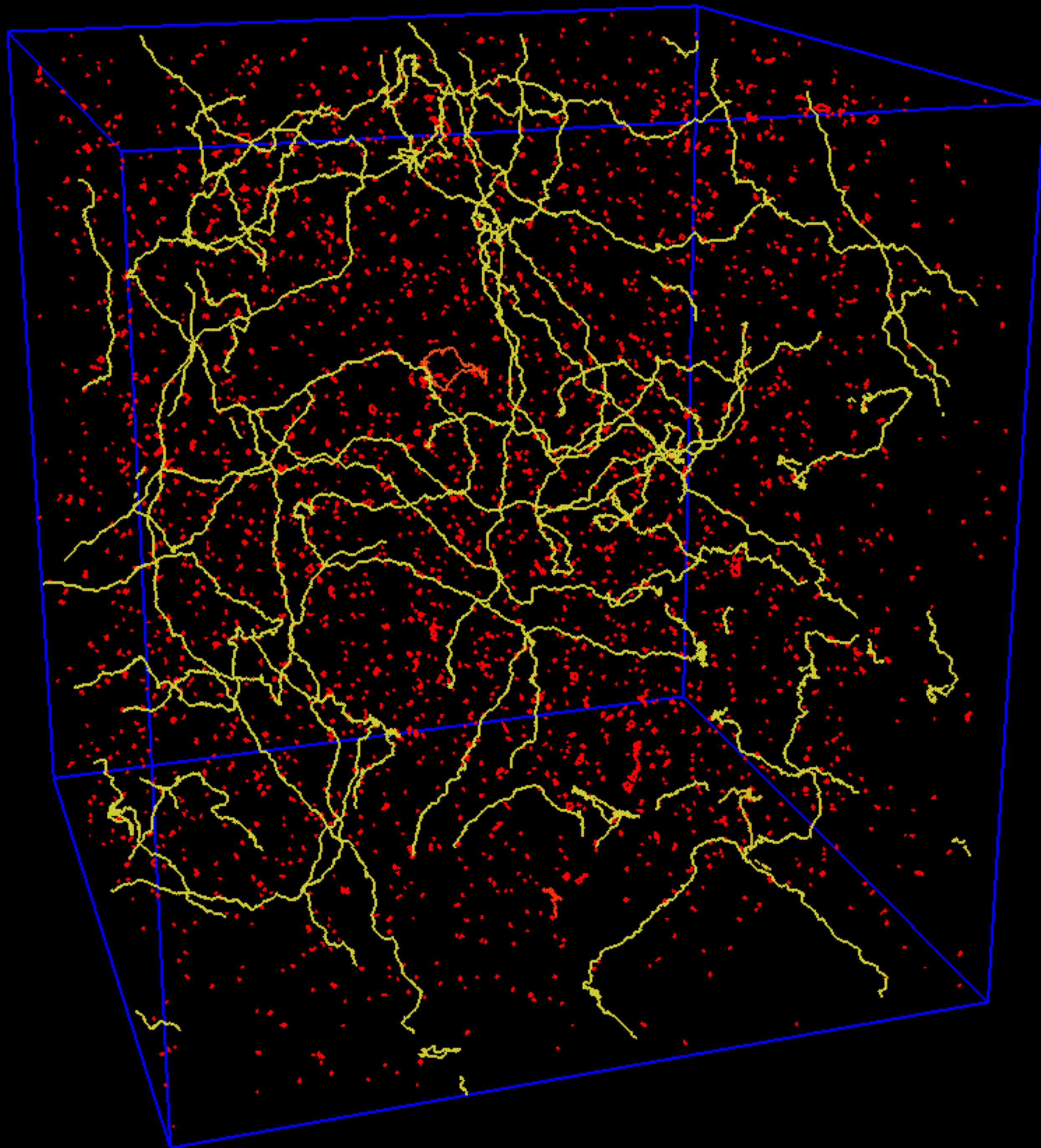


- 우주끈 (Cosmic String)
= 초기우주에서 대칭성이 깨질 때
만들어질 수 있는 1차원 위상결함
(Topological defect).

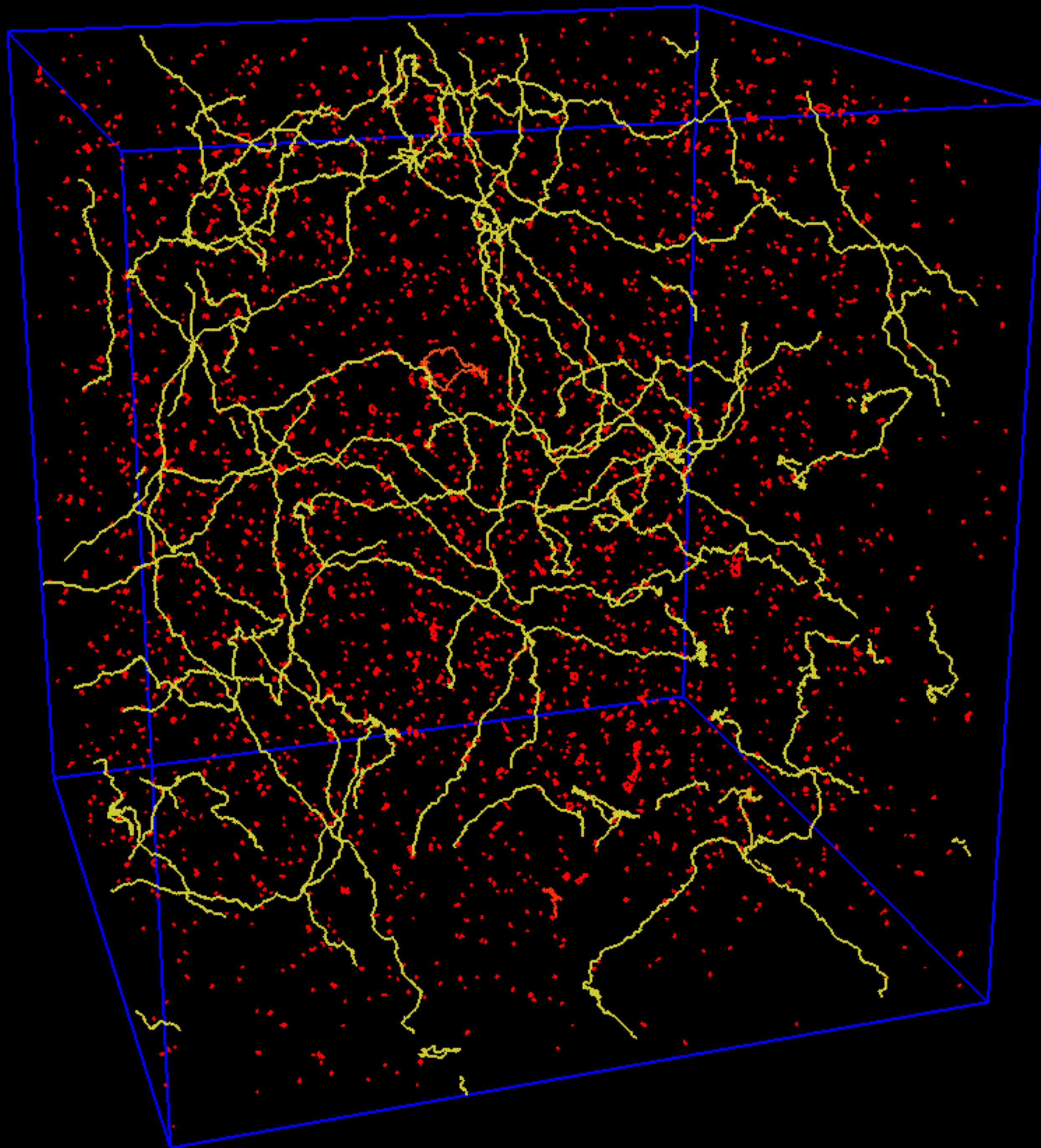


- 우주끈 (Cosmic String)
 = 초기우주에서 대칭성이 깨질 때 만들어질 수 있는 1차원 위상결함 (Topological defect).
- (ㄱ) 자발적 대칭성 깨짐 (Spontaneous Symmetry breaking)과 같은 2차 상전이가 멕시코 모자 같은 포텐셜로 일어나고, (ㄴ) 상전이 후 대칭성이 남아있는 경우 생김.

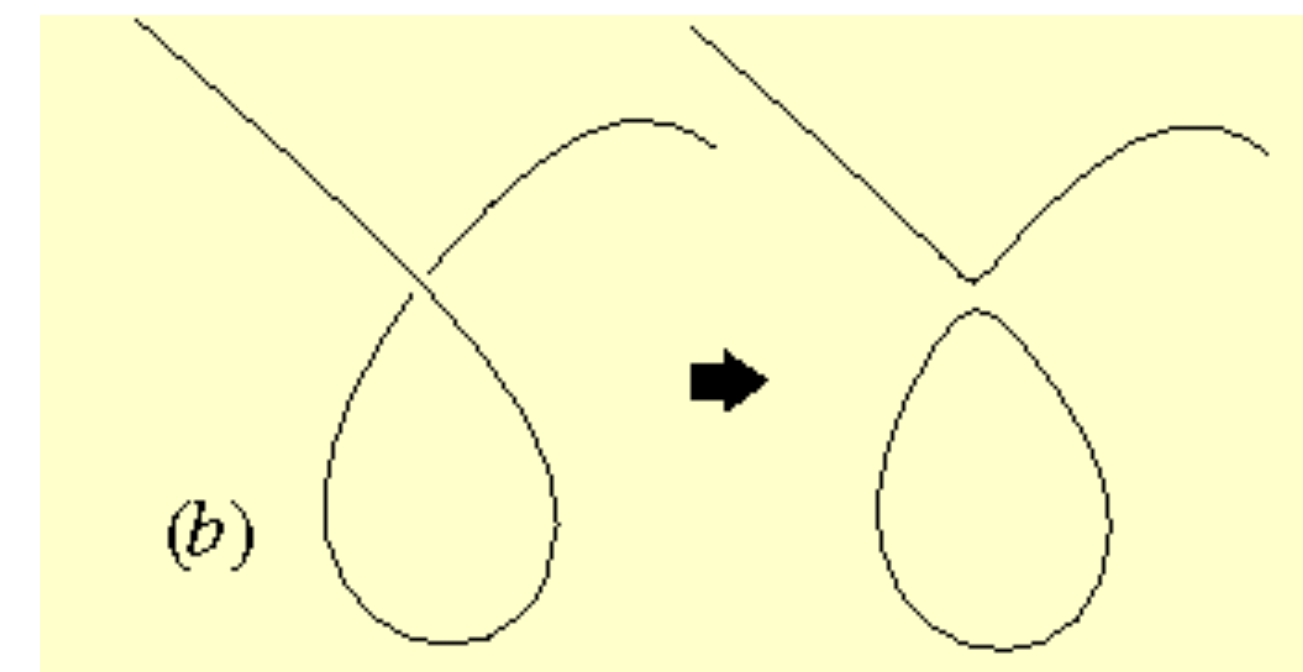
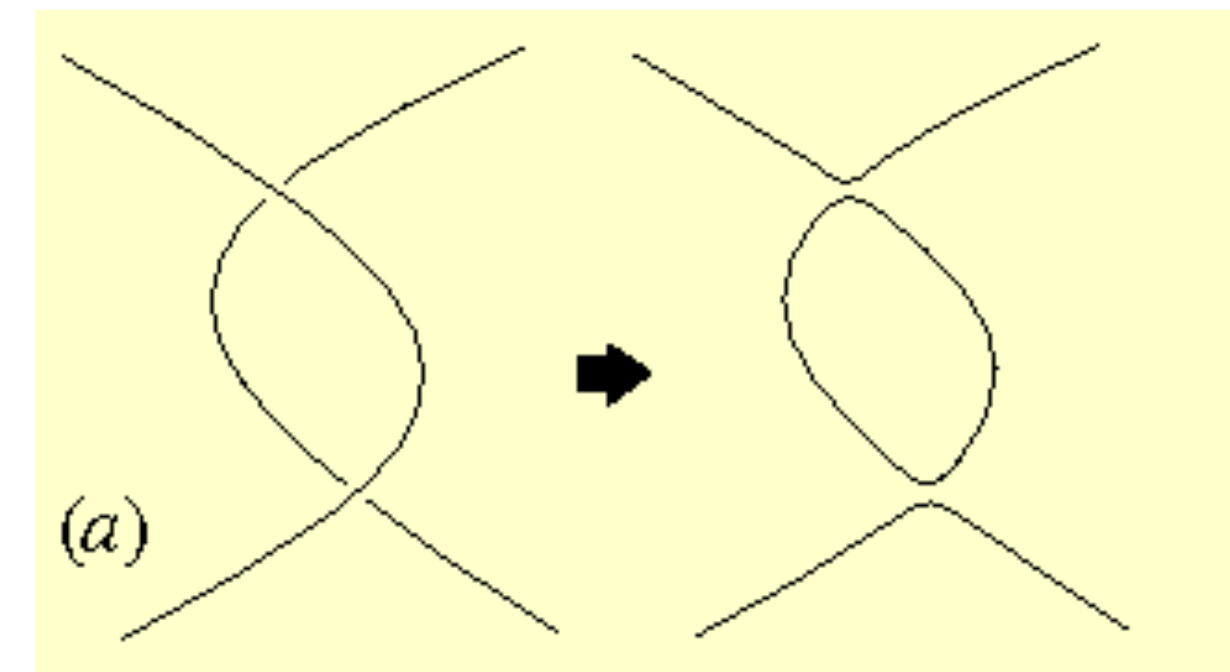




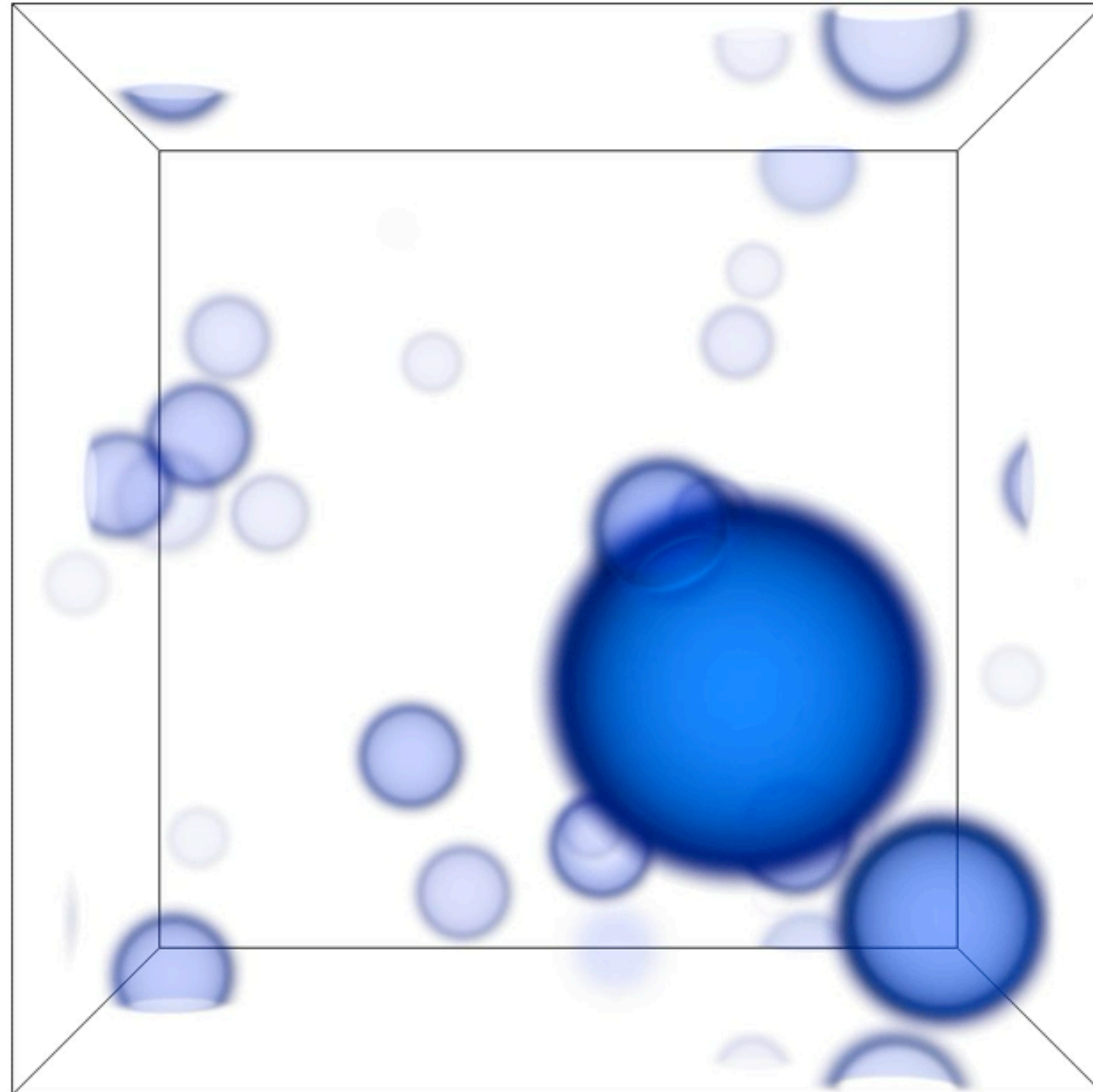
- 우주끈 (Cosmic String)
= 초기우주에서 대칭성이 깨질 때 만들어질 수 있는 1차원 위상결함 (Topological defect).
- (ㄱ)자발적 대칭성 깨짐 (Spontaneous Symmetry breaking)과 같은 2차 상전이가 멕시코 모자 같은 포텐셜로 일어나고, (ㄴ) 상전이 후 대칭성이 남아있는 경우 생김.
- 우주거대구조의 씨앗섭동을 만들 수 있는 방법인데, CMB관측으로 인플레이션에 의해 만들어진 씨앗 섭동이 우세하다고 결정됨. 우주끈의 기여는 많아야 10% 정도.



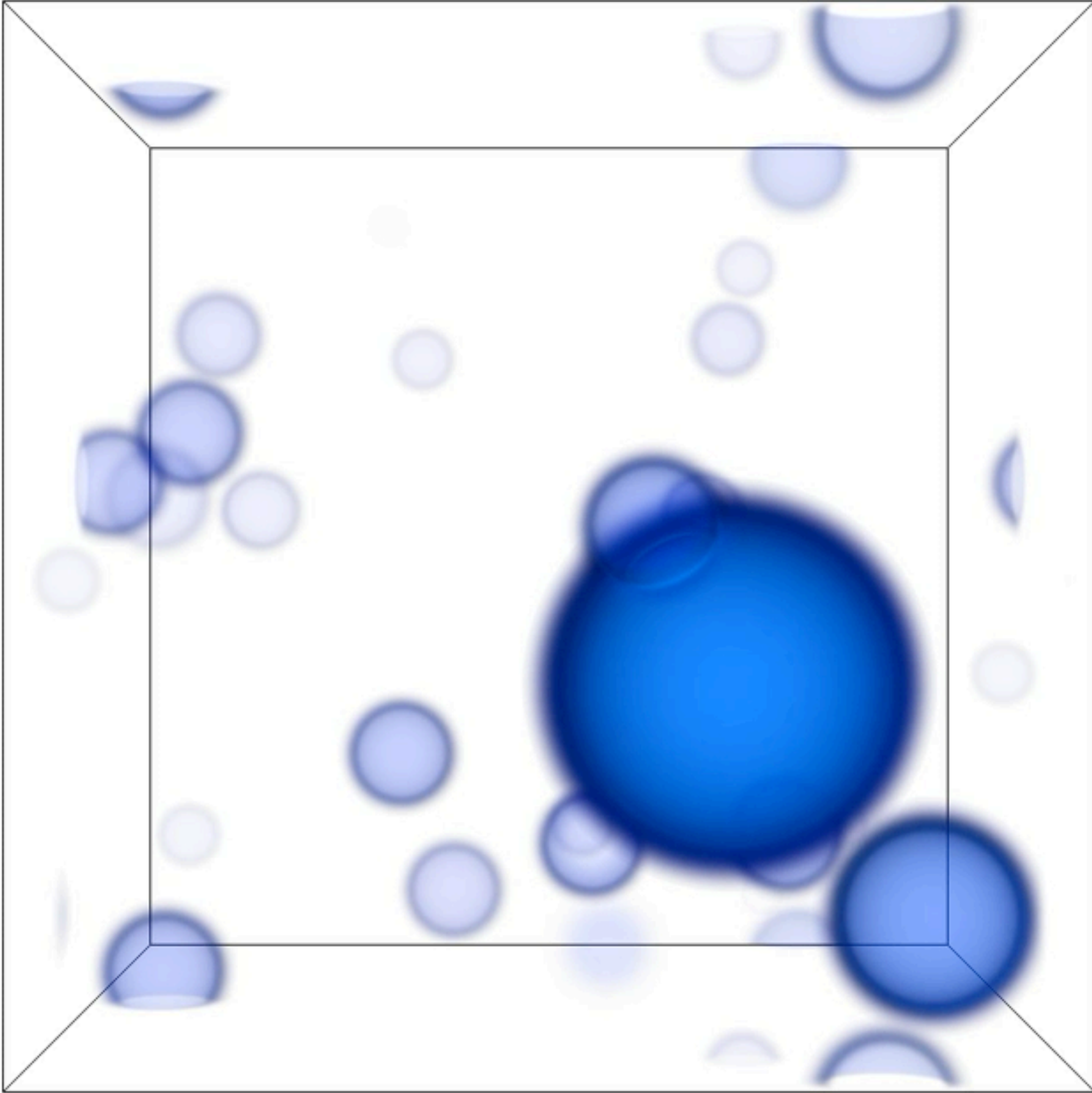
- 우주끈 (Cosmic String)
= 초기우주에서 대칭성이 깨질 때 만들어질 수 있는 1차원 위상결함 (Topological defect).
- 우주끈이 만나면 우주끈 고리(빨간 색)를 만드는데, 이 우주끈 고리의 진동이 **중력파**를 방출.



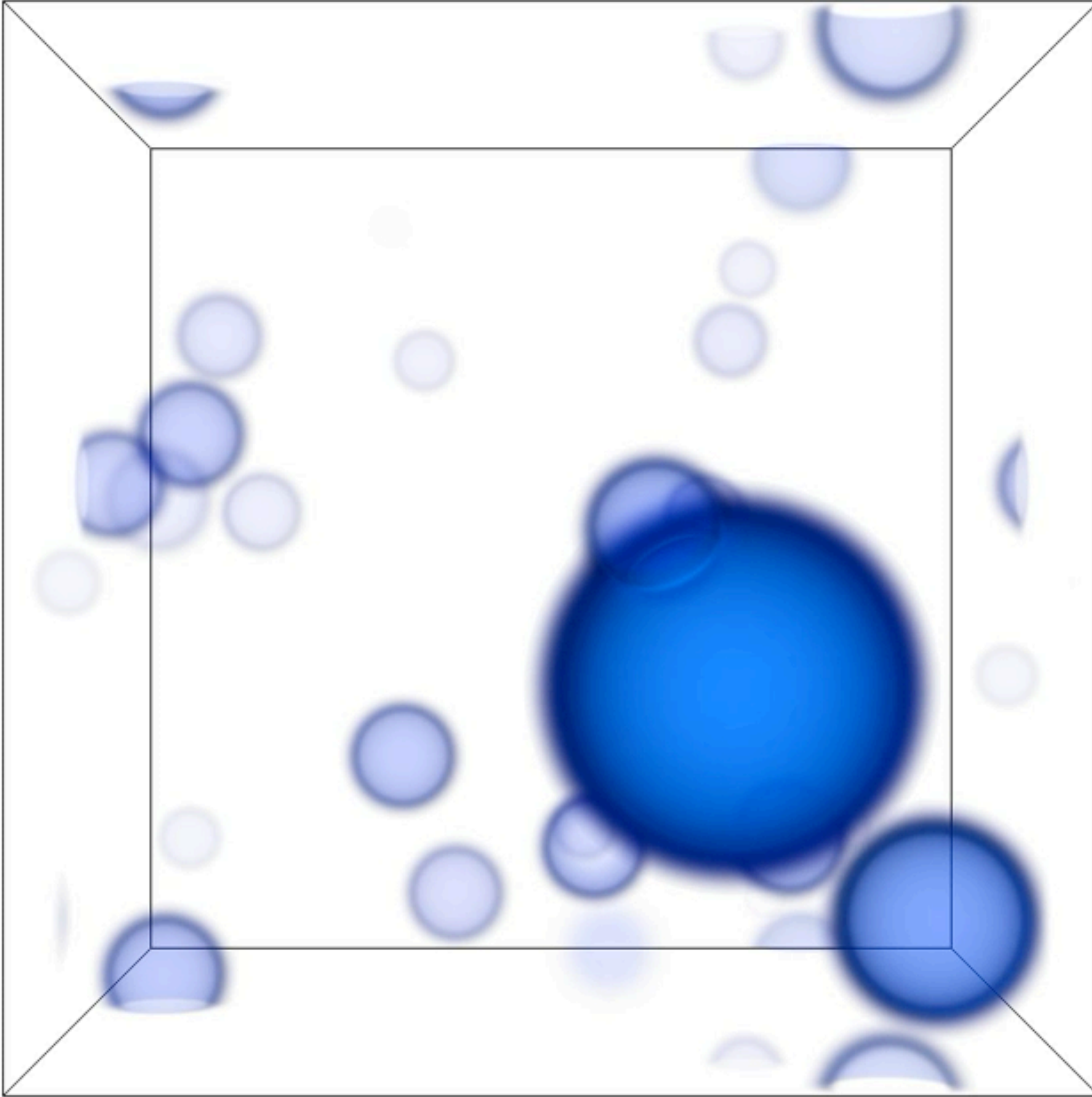
SGW생성 3. 1차 상전이



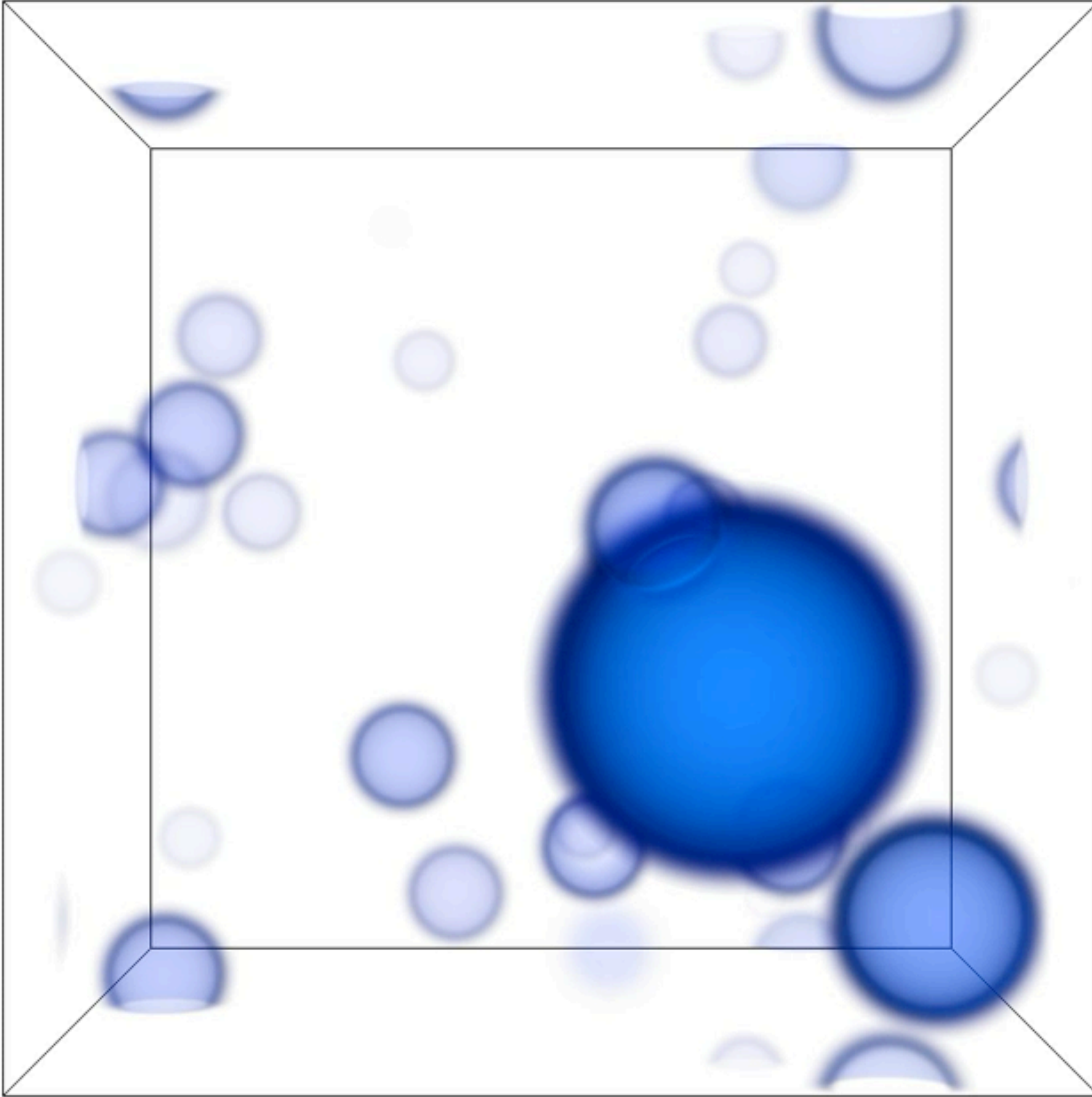
Credit: David J. Weir (Helsinki)



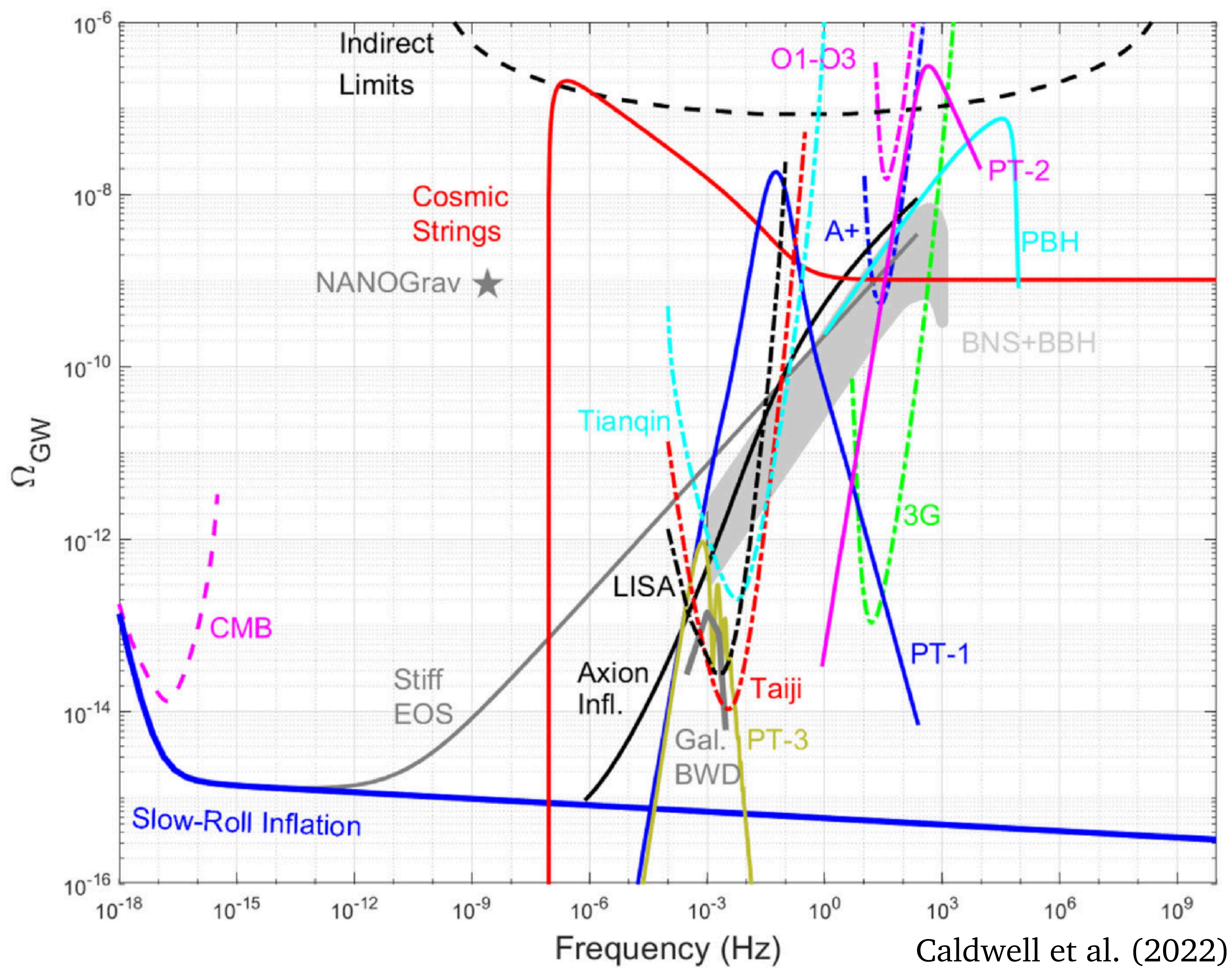
- 1차 상전이 (First-order phase transition)
= 물이 끓는 것 처럼 한 상태에서 다른 상태로 급격히 변하는 과정



- 1차 상전이 (First-order phase transition)
= 물이 끓는 것 처럼 한 상태에서 다른 상태로 급격히 변하는 과정
- (ㄱ) 핵생성 (nucleation) - (ㄴ)성장 (growth) - (ㄷ) 병합 (merger)의 과정을 통해서 전체가 새로운 상태로 전이된다.



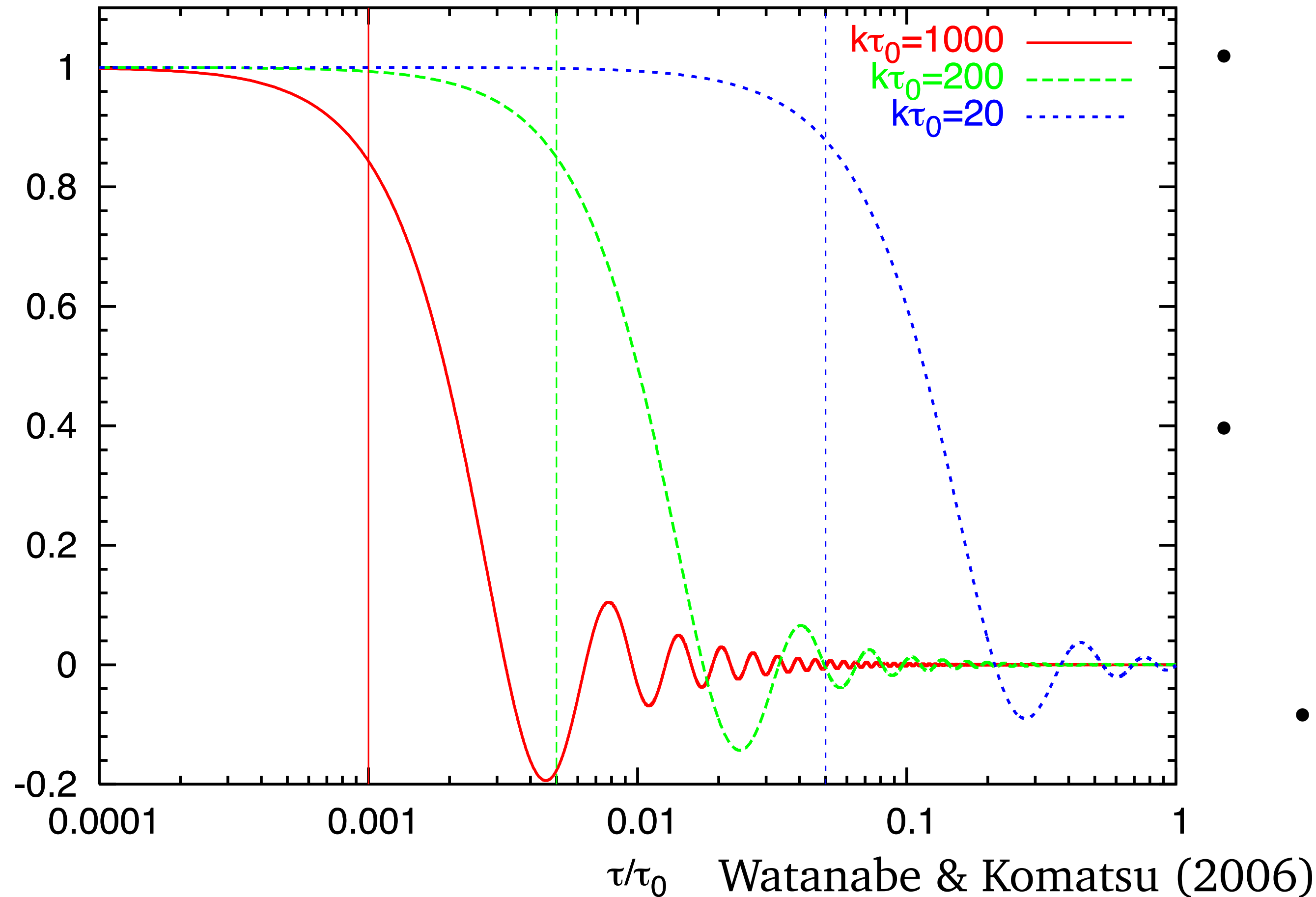
- 1차 상전이 (First-order phase transition)
= 물이 끓는 것 처럼 한 상태에서 다른 상태로 급격히 변하는 과정
- (ㄱ) 핵생성 (nucleation) - (ㄴ)성장 (growth) - (ㄷ) 병합 (merger)의 과정을 통해서 전체가 새로운 상태로 전이된다.
- 그림 = 중력파를 만드는 유체의 총 운동에너지. 상전이가 완료된 후에도 음파의 형태로 에너지가 남아있어 중력파를 만들게 된다.



Caldwell et al. (2022)

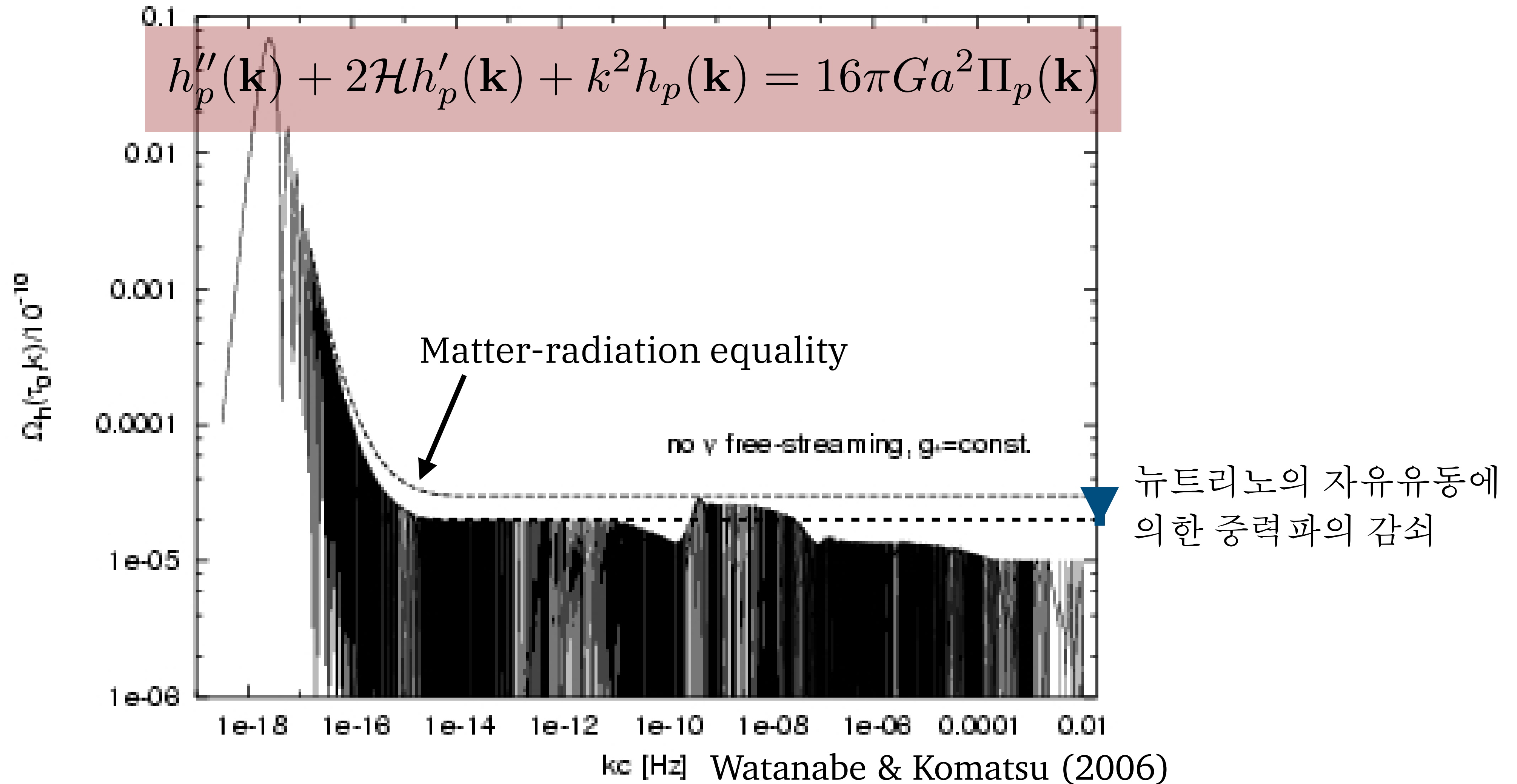
팽창하는 우주에서 SGW의 전파

$$h_p''(\mathbf{k}) + 2\mathcal{H}h_p'(\mathbf{k}) + k^2 h_p(\mathbf{k}) = 16\pi G a^2 \Pi_p(\mathbf{k})$$

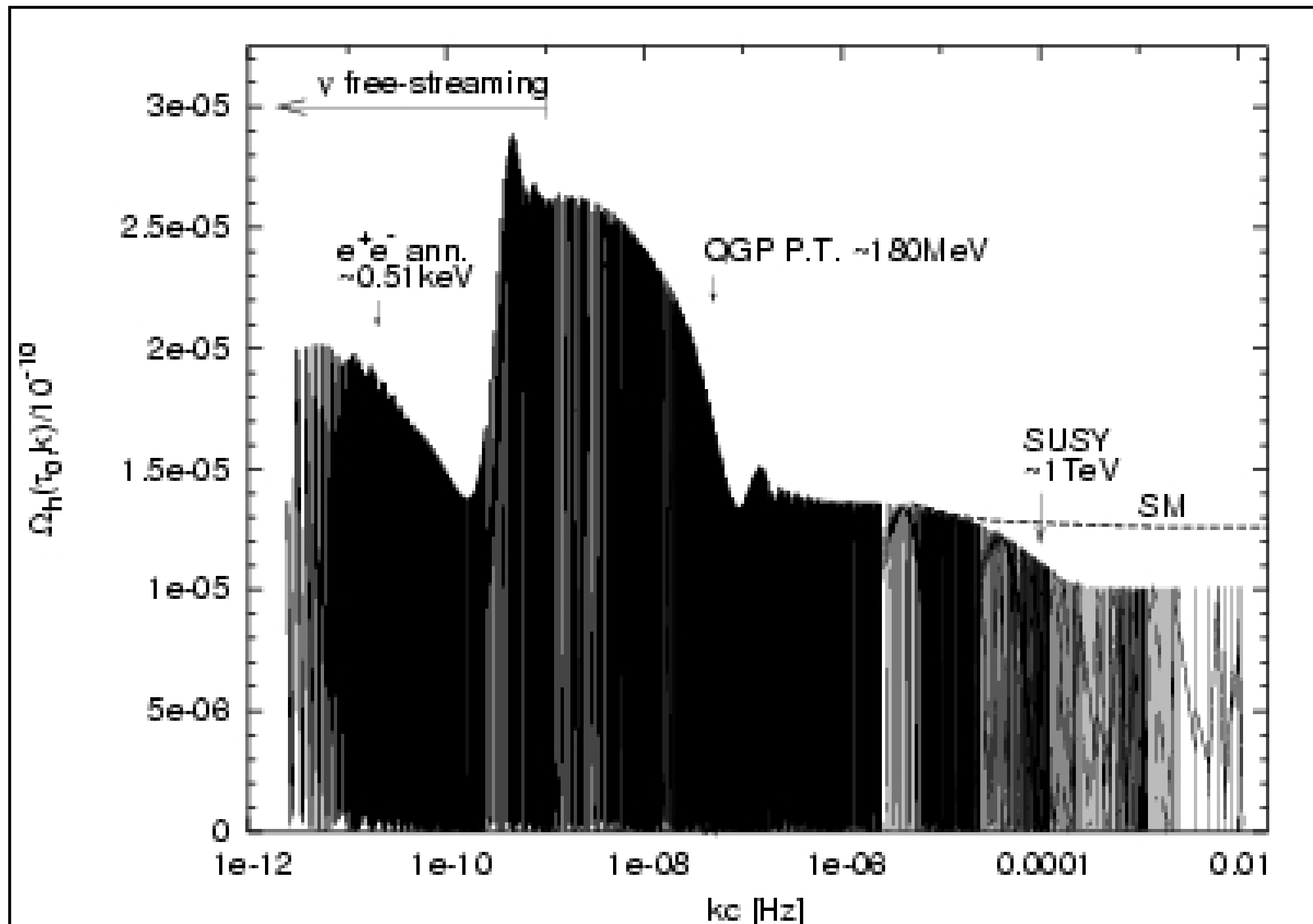


- 허블감쇠 (우주팽창)에 의한 영향으로, SGW는 지평선 밖 ($k\tau \ll 1$)에서 굳어서 일정한 값을 가지나, 지평선 안으로 들어온 후 감소한다.
- 비등방성 응력 (anisotropic stress)가 있는 경우, SGW의 발생/소멸원이 되어, 그 세기를 변화시킬 수 있다.
- 자유 유동하는 뉴트리노의 효과로 SGW가 감쇠. Weinberg (2004)

SGW에 새겨진 우주팽창과 Π_p 의 효과



SGW에 새겨진 $g_{\star}(T)$ 의 효과



$$h_p''(\mathbf{k}) + 2\mathcal{H}h_p'(\mathbf{k}) + k^2 h_p(\mathbf{k}) = 16\pi G a^2 \Pi_p(\mathbf{k})$$

$$\mathcal{H}^2 = \frac{8\pi G}{3a^2} \left(\frac{\pi^2}{30} g_{\star}(T) T^4 \right)$$



확률적 중력파 요약

- 초기우주에서 확률적 중력파를 만들 수 있는 세 가지 방법:
 - 인플레이션 동안 지평선 밖으로 나간 양자요동
 - 우주끈이 만나서 만든 고리의 진동
 - 1차 상전이 거품이 생성, 성장, 충돌하면서 생긴 운동에너지
- 확률적 중력파는 평균 자유 거리가 아주 길기 때문에, 초기 우주의 고에너지 상태에 대한 정보를 직접 전달해 줄 수 있다.
- 물론, 확률적 중력파가 도달하는 동안 우주팽창이나 비등방성 응력등의 변화가 있으면 이 또한 중력파 파형에 새겨져 있다.
(충분히 감도가 크다면) **LIGO파장으로는 우주나이 10^{-25} 초까지 볼 수 있음!!!**